

SESIONES ESPECIALES

Congreso RSME 2013



S6

Interacciones matemática-informática

Vie 25, 11:00 - 11:25, Aula 9 – Cristina Alcalde, Ana Burusco, Ramón Fuentes-González:

Obtención de elementos relevantes de la Morfología Matemática mediante aplicación de la Teoría de Retículos de Conceptos Borrosos

Vie 25, 11:30 - 11:55, Aula 9 – Ondrej Krídlo, Manuel Ojeda-Aciego:

Formal Concept Analysis and its categorical description

Vie 25, 12:00 - 12:25, Aula 9 – Robert A. Bridges:

A principled approach to anomaly detection

Vie 25, 12:30 - 12:55, Aula 9 – Martín Diéguez:

Lógica Temporal de Equilibrio: Estado actual y principales desafíos

Vie 25, 13:00 - 13:25, Aula 9 – Nicolás Madrid:

Extracción de los k-mejores resultados bajo una búsqueda inteligente en base de datos

Vie 25, 17:00 - 17:25, Aula 9 – Juan Carlos Díaz, Jesús Medina:

Resolución de ecuaciones de relaciones difusas usando Análisis Formal de Conceptos

Vie 25, 17:30 - 17:55, Aula 9 – M^a. Eugenia Cornejo, Jesús Medina, Eloisa Ramírez:

Aplicaciones de los triples adjuntos

Obtención de elementos relevantes de la Morfología Matemática mediante aplicación de la Teoría de Retículos de Conceptos Borrosos

Cristina Alcalde¹, Ana Burusco², Ramón Fuentes-González²

En un trabajo anterior hemos demostrado y analizado una vinculación existente entre la *Teoría de Morfología Matemática Borrosa* sobre imágenes en el espacio euclídeo o en el digitalizado, y la *Teoría de Conceptos Borrosos* de contextos borrosos en los que tanto el conjunto de objetos como el de atributos coinciden con ese espacio (euclídeo o digital).

En este trabajo se prueba que esa vinculación también existe en contextos más generales en los que se sustituyen las imágenes por subconjuntos (ordinarios o L -borrosos) de dos referenciales cualesquiera X e Y , en general distintos y no necesariamente vinculados a los espacios $\mathbb{R}^n$ y $\mathbb{Z}^n$ que se utilizan en los modelos matemáticos de imágenes y señales. Los elementos y el esquema del contenido del trabajo son los siguientes:

1. Se utiliza como conjunto de valoración de subconjuntos L -borrosos un retículo completo $(L, \leq)$ junto con un cierto tipo de operador implicador $I : L \times L \rightarrow L$ y con una negación fuerte $' : L \rightarrow L$, relacionados por $I(\alpha, \beta) = I(\beta', \alpha') \forall (\alpha, \beta) \in L^2$.

2. Se expone un método para ejemplo de las estructuras mencionadas en el párrafo anterior utilizando el conjunto de intervalos cerrados $\mathcal{I}(C)$ de la cadena determinada por $C = [0, 1]$ con el orden usual $\leq$, (o de una cadena finita C del tipo $0 < \alpha_1 < \dots < \alpha_{k-1} < 1$).

3. Se proporciona un método para extender una implicación $I : C \times C \rightarrow C$ a otra $\hat{I} : \mathcal{I}(C) \times \mathcal{I}(C) \rightarrow \mathcal{I}(C)$ que cumpla las propiedades exigidas en 1.

4. Fijados dos referenciales ordinarios X e Y y una relación L -borrosa $R \in L^{X \times Y}$ (*relación estructurante*), y utilizando el par de operadores asociados $(I, *)$ se construyen los operadores erosión, dilatación, apertura y cierre asociados a R .

5. Se demuestra posteriormente los resultados fundamentales que vinculan las dos teorías. Para ello se utiliza el contexto borroso (L, X, Y, R') en el que R' es la negación fuerte de la relación estructurante R .

Keywords: Análisis de Conceptos Borrosos, Morfología Matemática Borrosa

MSC 2010: 03B52, 68T30

¹Departamento de Matemática Aplicada
Universidad del País Vasco. UPV/EHU.
Plaza de Europa 1, 20018 San Sebastián
`c.alcalde@ehu.es`

²Departamento de Automática y Computación
Universidad Pública de Navarra
Campus de Arrosadía, 31006 Pamplona
`{burusco, rfuentes}@unavarra.es`

Formal Concept Analysis and its categorical description

Ondrej Krídlo¹, Manuel Ojeda-Aciego²

Formal Concept Analysis (FCA) was introduced in the decade of 1980 by Ganter and Wille [2] as an applied Lattice Theory, and has become a very useful tool for analysis of data of object–attribute table character. An important notion of such a theory is a *formal context* as a table of any boolean type object–attribute data, i.e. a binary relation between the set of objects and the set of attributes that models the situation in which objects have or have not certain attributes or, vice versa, any attribute is shared or not by some of the objects. The next important notion of FCA is that of *formal concept* as a pair of subsets of objects and attributes such that their cartesian product is a maximal subset with respect to the input relation. The set of all formal concepts with a certain ordering forms a complete lattice also called the *concept lattice* associated to the input formal context.

H. Mori defined the notion so-called *Chu correspondence* between two formal contexts. One of his main results is that the class of all formal contexts, as objects, and Chu correspondences between them, as morphisms, forms a $*$ -autonomous category [6].

In our work [4] we extended the previous notion to that of an L -Chu correspondence between L -fuzzy formal contexts, and then in [3] we showed that the $*$ -autonomous structure of the resulting category is preserved and that our extended category L -ChuCors embeds the classical one.

Our last result, in [5], is a constructive proof of equivalence between the category L -ChuCors and the category of so-called *completely lattice L -ordered sets* that is an extension of the notion of complete lattice in L -fuzzy environment introduced by Bělohlávek in [1] and their corresponding mappings.

Keywords: complete lattices, formal concept analysis, $*$ -autonomous categories

MSC 2010: 06B23, 18D10

References

- [1] R. BĚLOHLÁVEK, Concept lattices and order in fuzzy logic. *Annals of Pure and Applied Logic* **128**, 277–298 (2004).
- [2] B. GANTER; R. WILLE, *Formal concept analysis*. Springer, Berlin, 1999.

- [3] O. KRÍDLO; S. KRAJČI; M. OJEDA-ACIEGO, The category of L -Chu correspondences and the structure of L -bonds. *Fundamenta Informaticae* **115**(4), 297–325 (2012).
- [4] O. KRÍDLO; M. OJEDA-ACIEGO, On L -fuzzy Chu correspondences. *Intl J of Computer Mathematics* **88**(9), 1808–1818 (2011).
- [5] O. KRÍDLO; M. OJEDA-ACIEGO, Linking L -Chu correspondences and completely lattice L -ordered sets. En *Proc. of Concept Lattices and its Applications 2012*, U. Priss & L. Szathmary (eds.), 233–244. Fuengirola, 2012.
- [6] H. MORI, Chu correspondences. *Hokkaido Mathematical Journal* **37**, 147–214 (2008).

¹Department of Computer Science
 University of Pavol Jozef Šafárik
 Jesenná 5, 040 01 Košice, Slovakia
 o.kridlo@gmail.com

²Dept. Matemática Aplicada
 Universidad de Málaga
 Complejo Tecnológico. Blv Louis Pasteur, 35. 29071 Málaga
 aciego@uma.es

A Principled Approach to Anomaly Detection

Robert A. Bridges¹

Anomaly detection enjoys a myriad of useful applications including fraud and intrusion detection, image processing, and quality control to name a few; consequently, the methods for anomaly detection have equally wide scope. Rather than pursuing heuristic methods, this talk will assume a non-singular probability distribution has been given on a data set and propose an intuitive, principled approach to anomaly detection by 1. introducing a function from the sample space to $[0, \infty]$ which scores how anomalous an event is and 2. proving sharp bounds that regulate the amount of events that are labeled as anomalous. Moreover, this approach works independently of the probability distribution, which allows comparability across distributions and needs no heuristic tuning. An application to intrusion detection on a computer network will be given.

Keywords: Anomaly detection, probability

MSC 2010: 68Q87

¹Situational Understanding Team, CSIIR Group

Oak Ridge National Laboratories

1 Bethel Valley Road P.O. Box 2008 Mailstop 6418 Oak Ridge, TN 37831

bridgesra@ornl.gov

Lógica Temporal de Equilibrio: Estado actual y principales desafíos

Martín Diéguez¹

Answer Set Programming (ASP) [1] se ha convertido en un paradigma muy utilizado en el área de Representación del Conocimiento en diferentes tipos de escenarios. Actualmente, uno de los principales obstáculos se encuentra en la modelización de problemas con componentes temporales, debido a que el tiempo es comúnmente representado mediante una variable que toma sus valores dentro de un dominio finito.

Este planteamiento posee algunas desventajas: en primer lugar no es posible comprobar la existencia de un plan si la solución no se encuentra dentro de la longitud de narrativa considerada y, en segundo lugar, tampoco se puede decidir en todos los casos cuándo dos teorías temporales son *fuertemente equivalentes*.

Nuestra propuesta consiste en ampliar la sintaxis de *Answer Set Programming* considerando el uso de operadores temporales propios de las lógicas modales temporales como la *Lógica de Tiempo Lineal* [4] (LTL). Mediante esta aproximación, podemos considerar un tiempo infinito y, en consecuencia, superar las desventajas anteriormente mencionadas. El formalismo resultante, basado en *Lógica de Equilibrio* [2] (una caracterización lógica de ASP), recibe el nombre de *Lógica Temporal de Equilibrio*.

Aunque las últimas contribuciones han mostrado resultados prometedores, la *Lógica Temporal de Equilibrio* [3] es un paradigma reciente y todavía existen muchos problemas pendientes de resolver.

Keywords: Lógica de Equilibrio, Lógica Temporal de Equilibrio, Answer Set Programming, Representación del Conocimiento

MSC 2010: 1102.09, 1102.03 1104.02

Referencias

- [1] BREWKA, G., EITER, T. AND TRUSZCZYŃSKI, M., Answer set programming at a glance *Commun. ACM* **volumen**(54), 92–103 (2011).
- [2] PEARCE, D., A New Logical Characterisation of Stable Models and Answer Sets *NMELP* 57–70 (1996).
- [3] CABALAR, P. AND PÉREZ, G., Temporal Equilibrium Logic: A First Approach *EUROCAST* 241–248 (2007).

- [4] MANNA, Z. AND PNUELI, A., A hierarchy of temporal properties *PODC* 205–205 (1987).

¹Departamento de Computación
Universidade da Coruña
Facultad de Informática, Campus de Elviña s/n, 15071, A Coruña.
`martin.diequez@udc.es`

Extracción de los k -mejores resultados bajo una búsqueda inteligente en base de datos

Nicolás Madrid¹

Cuando se realiza una consulta sobre una base de datos, normalmente sólo se está interesado en unos ciertos elementos que pueden ser catalogados como “*los mejores*” según cierto criterio impuesto. Sin embargo, el procedimiento natural que consiste en ordenar linealmente todas las entradas de la base de datos (según el mencionado criterio) y extraer simplemente los k primeros ítems, es realmente inviable cuando el tamaño de la base de datos utilizada es lo suficientemente grande. Además, el problema se incrementa considerablemente cuando añadimos la posibilidad de realizar la consulta sobre enunciados intensionales; i.e. sobre enunciados definidos mediante un procedimiento lógico a partir de los elementos descritos por la base de datos.

De este modo, puesto que sólo estamos interesados en extraer los k mejores resultados, proponemos un algoritmo que determina únicamente las instancias necesarias para el cómputo de dichos resultados, dejando sin calcular aquellas instancias que no nos interesen. En concreto, en esta charla se presentará un algoritmo eficiente que determina las k mejores instancias de una consulta Q ? en una *base de conocimiento* $\mathcal{K}$ constituida por una parte intensional (programa lógico) y otra extensional (base de datos relacional). Dicho algoritmo, junto con una prueba de corrección, ha sido publicado recientemente en [1].

Keywords: Top-k algorithms, Bases de datos Deductivas, Programación Lógica Difusa

MSC 2010: 03B52, 68T27, 68T30

Referencias

- [1] U. STRACCIA, N. MADRID, A Top-k Query Answering Procedure for Fuzzy Logic Programming. *Fuzzy Sets and Systems*, **205**, 1–29 (2012)

¹Centre of Excellence IT4Innovations
Division of University of Ostrava
Institute for Research and Applications of Fuzzy Modeling
30. dubna 22, 701 03 Ostrava (Czech Republic)
nicolas.madrid@osu.cz

Resolución de ecuaciones de relaciones difusas usando Análisis Formal de Conceptos

Juan Carlos Díaz¹, Jesús Medina¹

Las ecuaciones de relaciones difusas fueron introducidas por E. Sánchez en 1976 ([4]) y se han usado en la investigación de diversos aspectos, teóricos y aplicados, de la teoría de conjuntos difusos. Desde entonces numerosos autores han investigado sobre la capacidad de resolución de dichas ecuaciones.

Por otro lado, el Análisis Formal de Conceptos, introducido por R. Wille en 1982, es una teoría del análisis de datos que identifica estructuras conceptuales entre conjuntos de datos. Posteriores desarrollos y generalizaciones han dado lugar a enfoques más flexibles y versátiles, entre ellos los retículos de conceptos multiadjuntos, por J. Medina, M. Ojeda-Aciego y J. Ruiz-Calviño [3] y los retículos de conceptos orientados a atributos y a objetos multiadjuntos, introducidos por J. Medina [2].

Recientemente, se ha demostrado que la resolución de una ecuación de relaciones difusas está relacionada con la construcción de un retículo de conceptos difuso [1]. Lo cual permite usar los algoritmos conocidos en el ambiente difuso del Análisis Formal de Conceptos en la resolución de dichas ecuaciones. En este artículo se debilitan las condiciones exigidas para la obtención del conjunto de soluciones y, a su vez, se generalizan estas ecuaciones al entorno multiadjunto, dando lugar a las ecuaciones de relaciones multiadjuntas.

Keywords: Ecuaciones de relaciones difusas, Análisis Formal de Conceptos

MSC 2010: 03B52, 03B72

Referencias

- [1] J. C. Díaz y J. Medina. Solving systems of fuzzy relation equations by fuzzy property-oriented concepts. *Information Sciences*, 2012.
- [2] J. Medina. Multi-adjoint property-oriented and object-oriented concept lattices. *Information Sciences*, 190:95–106, 2012.
- [3] J. Medina, M. Ojeda-Aciego y J. Ruiz-Calviño. Formal concept analysis via multi-adjoint concept lattices. *Fuzzy Sets and Systems*, 160(2):130–144, 2009.
- [4] E. Sanchez. Resolution of composite fuzzy relation equations. *Information and Control*, 30(1):38–48, 1976.

¹Departamento de Matemáticas
Universidad de Cádiz
CASEM. República Saharahui, s/n. 11510. Puerto Real (Cádiz)
{juancarlos.diaz,jesus.medina}@uca.es

Aplicaciones de los triples adjuntos

M^a Eugenia Cornejo¹, Jesús Medina², Eloisa Ramírez¹

Los triples adjuntos están formados por tres operadores básicos muy útiles y usados en diferentes dominios. Por ejemplo, los triples adjuntos juegan un papel fundamental en dos importantes entornos: en programación lógica multiadjunta [3] y en los retículos de conceptos multiadjuntos [2].

Estos operadores son una generalización interesante de las normas triangulares y de las implicaciones residuadas [1], los cuales incrementan la flexibilidad de los operadores, no exigiendo propiedades elementales como la conmutabilidad o asociatividad, y preservando las principales propiedades que son necesarias para desarrollar los procedimientos de cálculo.

Además, los triples adjuntos generalizan a otros triples de operadores generales, los *triples de implicación* [4].

Keywords: Normas triangulares, implicaciones residuadas, triples adjuntos

MSC 2010: 94D05, 03B52, 03G102

Referencias

- [1] P. Hájek. *Metamathematics of Fuzzy Logic*. Trends in Logic. Kluwer Academic, 1998.
- [2] J. Medina, M. Ojeda-Aciego, and J. Ruiz-Calviño. Formal concept analysis via multi-adjoint concept lattices. *Fuzzy Sets and Systems*, 160(2):130–144, 2009.
- [3] J. Medina, M. Ojeda-Aciego, and P. Vojtáš. Multi-adjoint logic programming with continuous semantics. In *Logic Programming and Non-Monotonic Reasoning, LPNMR'01*, pages 351–364. Lecture Notes in Artificial Intelligence 2173, 2001.
- [4] N. N. Morsi. Propositional calculus under adjointness. *Fuzzy Sets and Systems*, 132(1):91–106, 2002.

¹Departamento de Estadística e I.O.
Facultad de Ciencias. Campus Río San Pedro
Universidad de Cádiz
{mariaeugenia.cornejo, eloisa.ramirez}@uca.es

²Departamento de Matemáticas
CASEM. Campus Río San Pedro
Universidad de Cádiz
jesus.medina@uca.es