# SESIONES ESPECIALES

Congreso RSME 2013

# S7
# Análisis Funcional

**Mar 22, 11:00 - 11:45, Aula 10** – Alberto Conejero:
*Cuando el Teorema de la Identidad para funciones analíticas "parece" que falla*

**Mar 22, 11:50 - 12:15, Aula 10** – María José Beltrán:
*Operators on weighted Banach spaces of entire functions*

**Mar 22, 12:20 - 13:05, Aula 10** – Pedro Tradacete:
*The convex hull of a Banach-Saks set*

**Mar 22, 17:00 - 17:45, Aula 10** – Fernando Albiac:
*Differentiability of Lipschitz functions mapping into quasi-Banach spaces*

**Mar 22, 17:50 - 18:35, Aula 10** – Sebastián Lajara:
*Construcción de funciones patológicas Gâteaux diferenciables entre espacios de Banach*

**Mie 23, 11:00 - 11:45, Aula 10** – Antonio Peralta:
*M-norms and L-norms on C*-algebras and their dual spaces*

**Mie 23, 11:50 - 12:15, Aula 10** – Simone Ferrari:
*Characterizing and transferring rotund norms*

**Mie 23, 12:20 - 13:05, Aula 10** – Jordi Lopez Abad:
*On partial Unconditionality*

**Mie 23, 13:10 - 13:35, Aula 10** – Carlos Hernández Linares:
*Propiedad del punto fijo para espacios normados generados por seminormas*

**Mie 23, 17:00 - 17:45, Aula 10** – Jordi Marzo:
*Random zeros of de Branges Gaussian Analytic Functions*

**Mie 23, 17:50 - 18:35, Aula 10** – Victoria Martín:
*Métodos iterativos para resolver CONVEX FEASIBILITY PROBLEMS y aplicaciones*

**Mie 23, 18:40 - 19:25, Aula 10** – Pedro J. Miana:
*Semigroup theory applied to the extension problem*

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

# Cuando el Teorema de la Identidad para funciones analíticas "parece" que falla

**J.A. Conejero**[1], **G.A. Muñoz-Fernández**[2], **P. Jiménez-Rodríguez**[2], **J.B. Seoane-Sepúlveda**[2]

El Teorema de la Identidad para funciones analíticas establece que una función analítica (real o compleja) en un dominio conexo está unívocamente determinada por sus valores en una sucesión de puntos distintos que convergen a un punto del dominio. Este resultado no es cierto en general en el caso real si rebajamos la hipótesis de analiticidad a la de ser una función infinitamente diferenciable. Nosotros mostramos cómo construir un álgebra $\mathcal{A}$ de funciones que satisfacen las siguientes propiedades:

1. $\mathcal{A}$ está incontablemente generada (es decir, el mínimo cardinal de un sistema generador de $\mathcal{A}$ es $\mathfrak{c}$),
2. toda función no nula de $\mathcal{A}$ es analítica en ninguna parte,
3. $\mathcal{A} \subset \mathcal{C}^\infty(\mathbb{R})$,
4. todo elemento de $\mathcal{A}$ tiene una cantidad infinita de ceros en $\mathbb{R}$, y
5. para toda función $f \in \mathcal{A}$ y para todo $n \in \mathbb{N}$, $f^{(n)}$ (la derivada enésima de $f$) se encuentra también en $\mathcal{A}$.

Ésta construcción complementa a las hechas con anterioridad por Cater y Kim & Kwon [1, 4].

**Keywords:** Lineabilidad, espaciabilidad, algebrabilidad, funciones analíticas, Teorema de la Identidad para funciones analíticas

**MSC 2010:** 15A03, 26B05

## Referencias

[1] F.S. Cater, Differentiable, nowhere analytic functions. *Amer. Math. Monthly* **91**(10), 618–624 (1984).

[2] J.A. Conejero, G.A. Muñoz Fernández, P. Jiménez-Rodríguez y J.B. Seoane-Sepúlveda, When the Identity Theorem "seems" to fail. Aceptado para su publicación en *Amer. Math. Monthly*.

[3] P.H. ENFLO, V.I. GURARIY Y J.B. SEOANE-SEPÚLVEDA, Some results and open questions on spaceability in function spaces. Aceptado para su publicación en *Trans. Amer. Math. Soc.*

[4] S.S. KIM Y K.H. KWON, Smooth $(C^{\infty})$ but nowhere analytic functions. *Amer. Math. Monthly* **107**(3), 264–266 (2000).

[1]Instituto Universitario de Matemática Pura y Aplicada
Universitat Politècnica de València
46022, València. España.
`aconejero@upv.es`

[2]Departamento de Análisis
Facultad de Matemáticas
Universidad Complutense de Madrid
Plaza de Ciencias 3
28040, Madrid, España.
`pablo.jimenez.rod@gmail.com`
`gustavo_fernandez@mat.ucm.es`
`seoane@mat.ucm.es`

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

# Operators on weighted Banach spaces of entire functions

**María José Beltrán[1], José Bonet[1], Carmen Fernández[2]**

The purpose of this lecture is to study the differentiation operator $Df = f'$, the integration operator $Jf(z) = \int_0^z f(\zeta)d\zeta$ and the Hardy operator $Hf(z) = \frac{1}{z}\int_0^z f(\zeta)d\zeta$ on weighted Bergman spaces of entire functions $B_{p,q}(v)$, $1 \leq p \leq \infty$, $q = 0$, $1 \leq q \leq \infty$, studied by Lusky, defined by weights of exponential type. We study the boundedness, the norm, the spectrum, compactness and surjectivity of the operators, and we analyze when they are power bounded, (uniformly) mean ergodic, hypercyclic or chaotic.

**Keywords:** Bergman spaces, power bounded, mean ergodic, hypercyclic, chaotic

**MSC 2010:** 30H20, 46E15, 47A16, 47B38

## References

[1] A. ATZMON; B. BRIVE, Surjectivity and invariant subspaces of differential operators on weighted Bergman spaces of entire functions. *Bergman spaces and related topics in complex analysis, Contemp. Math., Amer. Math. Soc.* **404**, 27–39 (2006).

[2] M.J. BELTRÁN; J. BONET, C. FERNÁNDEZ, Classical operators on weighted Banach spaces of entire functions. *To appear in Proceedings of the American Mathematical Society.*

[3] J. BONET, Dynamics of the differentiation operator on weighted spaces of entire functions, *Math. Z.* **261**, 649–657 (2009).

[4] J. BONET; A. BONILLA , Chaos of the defferentiation operator on weighted Banach spaces of entire functions, *To appear in Complex Anal. Oper. Theory.*

[5] W. LUSKY, On generalized Bergman spaces, *Stud. Math.* **119**, 77-95 (1996).

[1]Instituto Universitario de Matemática Pura y Aplicada IUMPA
Universitat Politècnica de València
Edificio 8E, acceso F, 4 Planta, 46022 Valencia
mabelme@upv.es, jbonet@mat.upv.es

[2]Departamento de Análisis Matemático
Universitat de València
Edifici Investigació Jeroni Muñoz,
Avda. Doctor Moliner, 50, 46100 Burjassot
Carmen.Fdez-Rosell@uv.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

# The convex hull of a Banach-Saks set

**J. López-Abad[1], C. Ruiz[2], P. Tradacete[3]**

A subset $A$ of a Banach space is called Banach-Saks when every sequence in $A$ has a Cesàro convergent subsequence (a subsequence whose arithmetic means are convergent.) Our interest in this talk focusses on the following problem: is the convex hull of a Banach-Saks set again Banach-Saks?

By means of a combinatorial argument, we show that in general the answer to the above question is negative. Partial positive results will also be discussed.

**Keywords:** Banach-Saks property, convex hull, Schreier spaces, Ramsey property

**MSC 2010:** 46B50, 05D10

[1]Instituto de Ciencias Matematicas (ICMAT)
CSIC-UAM-UC3M-UCM
C/ Nicolás Cabrera 13-15, Campus Cantoblanco, UAM 28049 Madrid, Spain
`abad@icmat.es`

[2]Departamento de Análisis Matemático
Universidad Complutense de Madrid
Ciudad Universitaria, 28040 Madrid, Spain
`Cesar_Ruiz@mat.ucm.es`

[3]Departamento de Matemáticas
Universidad Carlos III de Madrid
Avda. Universidad 30, 28911 Leganés (Madrid), Spain
`ptradace@math.uc3m.es`

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

# Differentiability of Lipschitz functions mapping into quasi-Banach spaces

**Fernando Albiac**[1], **José Luis Ansorena**[2]

Lipschitz maps between Banach spaces are “smooth” in many cases, which makes differentiability an invaluable tool in their Lipschitz classification. There are many important reasons for studying differentiability properties of Lipschitz functions between non-locally convex quasi-Banach spaces, and the possibility to linearize them with an eye to the study of their non-linear structure is one of them. When one wants to determine whether a given mapping between quasi-Banach spaces is differentiable at a point, the first thing to do is to investigate its directional differentiability, and this leads naturally to wonder whether Lipschitz functions from the real line into a quasi-Banach space are Fréchet differentiable. Enflo felt wary about the usage of the Fréchet derivative in the context of non-locally convex quasi-Banach spaces because it had one serious defect: the lacking of a mean value-type theorem. Indeed, local convexity is not only a sufficient condition for the mean value theorem to hold, but it is also necessary [1]. The lack of local convexity in a quasi-Banach space $X$ is also the responsible of other “pathologies” like the existence of continuously differentiable functions from $[0, 1]$ into $X$ that fail to be Lipschitz [2]. In this talk we analyze these shortcomings and connect them with the failure of the fundamental theorem of calculus in the setting of quasi-Banach spaces.

**Keywords:** Lipschitz map, Quasi-Banach space, Differentiation

**MSC 2010:** 46A16, 46G05

## References

[1] F. ALBIAC, The role of local convexity in Lipschitz maps. *J. Convex Anal.* **18**(4), 983–997 (2011).

[2] F. ALBIAC AND J. L. ANSORENA, Lipschitz maps and primitives for continuous functions in quasi-Banach spaces. *Nonlinear Anal.* **75**(16), 6108–6119 (2012).

[1]Departmento de Matemáticas
Universidad Pública de Navarra
31006 Pamplona
fernando.albiac@unavarra.es

[2]Departmento de Matemáticas y Computación
Universidad de La Rioja
26004 Logroño
joseluis.ansorena@unirioja.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

# Construcción de funciones patológicas Gâteaux diferenciables entre espacios de Banach

**Robert Deville**[1], **Milen Ivanov**[2], **Sebastián Lajara**[3]

Se dice que un par de espacios de Banach reales $X$ e $Y$ tiene la *propiedad de salto* si existe una función Lipschitziana, acotada y Gâteaux diferenciable $F : X \to Y$ tal que

$$\|F'(x) - F'(y)\|_{\mathcal{L}(X,Y)} \geq 1$$

para cualesquiera puntos distintos $x_1, x_2 \in X$.

Este concepto fue considerado inicialmente por R. Deville y P. Hájek en [1], donde se demuestra que si $X$ es un espacio de Banach cualquiera entonces el par $(X, R)$ no tiene la propiedad de salto, mientras que el par $(\ell^1, R^2)$ sí la tiene. En esta charla mostramos que la existencia de dos operadores lineales y acotados entre los espacios de Banach $X$ e $Y$, cumpliendo cierta condición adicional, garantiza que el par $(X, Y)$ tiene la propiedad de salto. Esta condición se satisface en muchos pares de espacios de Banach clásicos, como los espacios de sucesiones de Orlicz, los espacios de funciones continuas sobre un espacio métrico compacto o los $L^p$.

**Keywords:** Funciones Gâteaux diferenciables, Geometría de espacios de Banach

**MSC 2010:** 46B20, 46G05; 46T20

## Referencias

[1] R. DEVILLE; P. HÁJEK, On the range of the derivative of Gateaux-smooth functions on separable Banach spaces. *Israel J. Math.* **145**, 257–269 (2005).

[1]Institut de Mathématiques de Bordeaux
Université Bordeaux 1
351, cours de la Libération, 33400 Talence, France
Robert.Deville@math.u-bordeaux1.fr

[2]Faculty of Mathematics and Informatics
Sofia University
5 James Bourchier Blvd., 1164 Sofia, Bulgaria
milen@fmi.uni-sofia.bg

[3]Departamento de Matemáticas
Universidad de Castilla-La Mancha
Escuela de Ingenieros Industriales, Campus universitario, 02071 Albacete
Sebastian.Lajara@uclm.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

# $M$-norms and $L$-norms on C$^*$-algebras and their dual spaces

**Antonio M. Peralta**[1]

Elements $a$, $b$ in a C$^*$-algebra $A$ are said to be *(algebraically) orthogonal* ($a \perp b$) whenever $ab^* = b^*a = 0$. This algebraic property has some geometric implications, for example, orthogonal elements in $A$ are *(geometrically) $M$-orthogonal* in the underlying Banach space, that is, $\|a \pm b\|_0 = \max\{\|a\|_0, \|b\|_0\}$ whenever $a \perp b$, where $\|.\|_0$ denotes the (original) C$^*$-norm on $A$.

A norm $\|.\|_m$ on $A$ is said to be an *$M$-norm* (resp., a *semi-$M$-norm*) if for every $a, b$ in $A$ with $a \perp b$ we have $\|a+b\|_m = \max\{\|a\|_m, \|b\|_m\}$ (resp., $\|a+b\|_m \geq \max\{\|a\|_m, \|b\|_m\}$). The original C$^*$-norm, $\|.\|_0$, is an $M$-norm on $A$ . However, an $M$-norm on $A$ need not satisfy the Gelfand-Naimark axiom.

In a more general setting, given $1 \leq p \leq \infty$, elements $a$ and $b$ of a non-commutative $L^p(M, \tau)$ space associated to a von Neumann algebra, $M$, equipped with a normal semi-finite faithful trace $\tau$, are called orthogonal (written $a \perp b$) if $l(a)l(b) = r(a)r(b) = 0$, where $l(x)$ and $r(x)$ denote the left and right support projections of $x$. From the geometric point of view, $a, b \in L^p(M, \tau)$ are orthogonal if, and only if, $\|a+b\|_p^p = \|a-b\|_p^p = \|a\|_p^p + \|b\|_p^p$, where $\| \cdot \|_p$ denotes the natural norm on $L^p(M, \tau)$, that is, $a$ is (geometrically) $p$-orthogonal to both $b$ and $-b$.

When $A$ denotes a C$^*$-algebra or a non-commutative $L^p$ space, a norm $\| \cdot \|$ on $A$ is a *$p$-norm* or a *$p$-additive norm* (resp., an *$M$-norm*) if $\|a \pm b\|^p = \|a\|^p + \|b\|^p$ (resp., $\|a \pm b\| = \max\{\|a\|, \|b\|\}$) whenever $a \perp b$ in $A$. The notion of orthogonality also makes sense in the predual of a general (not necessarily tracial) von Neumann algebra $N$. Thus, we can similarly consider the notions of $M$-norm and $p$-norm on the predual of a von Neumann algebra. Due to the natural connections to the theory of $L$-ideals, 1-norms are sometimes referred to as $L$-norms.

We shall present in this talk the latest advances in the study of the following problems:

✓ Is every complete semi-$M$-norm on a C$^*$-algebra automatically continuous with respect to the original C$^*$-norm?

✓ Is every complete $p$-norm on a non-commutative $L^p$ space equivalent to the original norm of that space?

In a recent series of papers, obtained in collaboration with Timur Oikhberg (University of California - Irvine and University of Illinois at Urbana-Champaign), Daniele Puglisi (Kent State University and University of Catania) and Maribel Ramírez (Universidad de Almería), we establish that every complete (semi-)$M$-norm on a von

Neumann algebra or on a compact C$^*$-algebra $A$ is equivalent to the original C$^*$-norm of $A$. We further give a positive answer to the second problem for non-commutative $L^p$ spaces arising from commutative von Neumann algebras and from discrete von Neumann algebras. It will be also shown that the original norm on $L^p(M, \tau)$ is not equivalent to any $q$-norm, for $q \neq p$, unless $M$ is finite dimensional; a C$^*$-algebra admits a continuous and complete $q$-norm ($1 \leq q < \infty$) if, and only if, it is finite dimensional, while a von Neumann algebra $M$ has a continuous and complete $M$-norm on its predual if, and only if, $M$ is finite dimensional.

**Keywords:** non-commutative $L^p$ spaces, Banach lattices, C$^*$-algebras, von Neumann algebras, orthogonality preservers, $p$-orthogonality

**MSC 2010:** 46B04, 46B42, 46L52

## References

[1] T. Oikhberg, A. M. Peralta and M. Ramírez, Automatic continuity of M-norms on C*-algebras. *J. Math. Anal. Appl.*, **381**, 799-811 (2011).

[2] T. Oikhberg, A.M. Peralta, D. Puglisi, Automatic continuity of orthogonality or disjointness preserving bijections, to appear in *Rev. Mat. Complut.*. DOI 10.1007/s13163-011-0089-0.

[1]Departamento de Análisis Matemático, Universidad de Granada
Facultad de Ciencias 18071, Granada, Spain.
aperalta@ugr.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

# Characterizing and transferring rotund norms

**S. Ferrari**[1], **J. Orihuela**[2] **and M. Raja**[3]

A norm on a normed space is said to be *rotund*, or *strictly convex*, if the unit sphere does not contain non-trivial segment. In the first part of the talk we will use Deville's master lemma in order to prove some topological characterization results of the existence of an equivalent rotund norm, in particular we will show that if the unit sphere admits a $G_\delta$-diagonal-type cover, then we can construct an equivalent rotund norm. In the second part we will prove some transference results, i.e. we will study which conditions we have to put on a, in general nonlinear, function $\Phi : X \to Y$ such that if $X$ (resp. $Y$) has a rotund norm, then $Y$ (resp. $X$) admits an equivalent rotund norm.

**Keywords:** Banach space, Strictly convex norms, Renorming

**MSC 2010:** 46B03 (46B20, 46B26)

## References

[1] DEVILLE, ROBERT; GODEFROY, GILLES AND ZIZLER, VÁCLAV, *Smoothness and renormings in Banach spaces*. Longman Scientific & Technical, Harlow, 1993.

[2] MOLTÓ, ANÍBAL; ORIHUELA, JOSÉ; TROYANSKI, STANIMIR AND VALDIVIA, MANUEL, *A nonlinear transfer technique for renorming*. Springer-Verlag, Berlin, 2009.

[3] ORIHUELA, JOSÉ; SMITH, RICHARD J. AND TROYANSKI, STANIMIR, Strictly convex norms and topology. *Proc. Lond. Math. Soc. (3)* **104**(1), 197–222 (2012).

[4] ORIHUELA, J. AND TROYANSKI, S., Deville's master lemma and Stone's discreteness in renorming theory. *J. Convex Anal.* **16**(3-4), 959–972 (2009).

[5] SMITH, RICHARD J. AND TROYANSKI, STANIMIR, Renormings of $C(K)$ spaces. *Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fís. Nat. Ser. A Math. RACSAM* **104**(2), 375–412 (2010).

[1]Dipartimento di Matematica
Università degli studi
Via C. Saldini 50, 20133 Milano, Italy
zeferrar@msn.com

[2]Departamento de Matemáticas
Universidad de Murcia
Campus de Espinardo, 30100 Espinardo, Murcia, Spain
joseori@um.es

[3]Departamento de Matemáticas
Universidad de Murcia
Campus de Espinardo, 30100 Espinardo, Murcia, Spain
matias@um.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

# On partial Unconditionality

**J. Lopez-Abad**[1]

Recall that a (Schauder) basic sequence $(x_n)_n$ in a Banach space is called *unconditional* when any series $\sum_n a_n x_n$ converges if and only if $\sum_n |a_n| x_n$ converges, or, quantitatively, when there is a constant $C \geq 1$ such that $\| \sum_n \varepsilon_n a_n x_n \| \leq C \| \sum_n a_n x_n \|$ for every $(a_n)_n$ and every sequence of signs $(\varepsilon_n)_n$. It is well known that there are basic sequences which are not unconditional, like the Haar basis of $L_1$ or the Schauder basis of $C[0,1]$. Moreover, there are basic sequences without unconditional subsequences: The summing basis of $c_0$, the Maurey-Rosenthal weakly-null sequence [5] in $C(\omega^2)$ or the more recent example by Johnson-Maurey-Schechtman [4] of a weakly-null sequence in $L_1$. We explicitly mention the fact that the two last sequences are weakly-null because it is known that these sequences always have subsequences having some form of partial unconditionality, as for example Schreier-unconditionality or near-unconditionality.

Recall that a sequence $(x_n)_n$ in a Banach space $(X, \| \cdot \|)$ is called $\delta$-*near-unconditional*, $0 < \delta < 1$, with constant $C$ when for every sequence of scalars $(a_n)_n$ with $\sup_n |a_n| \leq 1$ and every $s \subset \{n \in \mathbb{N} : |a_n| \geq \delta\}$ one has that

$$\| \sum_{n \in s} a_n x_n \| \leq C \| \sum_n a_n x_n \|.$$

**Theorem 1** (Elton,[3])**.** *Given $0 < \delta < 1$, every normalized weakly null sequence has a $\delta$-near-unconditional subsequence with constant proportional to* $\log(1/\delta)$.

The following is unknown.

**Problem 1** (Dilworth, Odell, Schlumprecht and Zsák,[1])**.** *Does there exists a constant $C$ such that for every $\delta > 0$ every normalized weakly null sequence has a $\delta$-Elton-unconditional subsequence with constant $C$?*

The only known result is that such constant must be $> 5/4$. In this talk we will present this problem and several combinatorial reformulations of it.

**Keywords:** Unconditional basic sequences, Ramsey properties

**MSC 2010:** 46B15, 05D10

## References

[1] S. J. DILWORTH, E. ODELL, TH. SCHLUMPRECHT AND A. ZSÁK, Partial unconditionality. *Houston J. Math.* **35**(4), 1251–1311 (2009).

[2] J. LOPEZ-ABAD AND S. TODORCEVIC, Partial unconditionality of weakly null sequences. *RACSAM* **100**(1-2), 237–277 (2006).

[3] J. ELTON, Weakly null normalized sequences in Banach spaces. Ph.D. thesis, Yale Univ., 1978.

[4] W. B. JOHNSON, B. MAUREY AND G. SCHECHTMAN, Weakly null sequences in $L_1$. *J. Amer. Math. Soc.* **20**(1), 25–36 (2007).

[5] B. MAUREY AND H. P. ROSENTHAL, Normalized weakly null sequence with no unconditional subsequence. Studia Math. **61**(1), 77–98 (1977).

[1]Instituto de Ciencias Matemáticas
CSIC-UAM-UC3M-UCM.
C/ Nicolás Cabrera 13-15, Campus Cantoblanco, UAM 28049 Madrid, Spain
abad@icmat.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

# Propiedad del punto fijo para espacios normados generados por seminormas

**Carlos Alberto Hernández Linares**[1], **María Ángeles Japón Pineda**[2]

Sea $(X, \|\cdot\|)$ un espacio de Banach. Sea $C$ un subconjunto convexo cerrado y acotado de $X$, decimos que un operador $T : C \to C$ tiene un punto fijo si existe $x \in C$ tal que $Tx = x$. El operador $T$ es $K$-Lipschitziano, para $K \geq 0$, si $\|Tx - Ty\| \leq K\|x - y\|$ para todo $x$ e $y$ en $C$.

Si $K < 1$ el operador es llamado una contracción y la existencia de puntos fijos es una consecuencia directa del principio de contracción de Banach [1, 1922].

Si $K > 1$ no es posible dar resultados generales sobre la existencia de puntos fijos, pues en un espacio de Hilbert siempre es posible construir para todo $K > 1$ un operador $K$-Lipschitziano y sin puntos fijos [8, 1965]. Esto mismo es cierto para todo subconjunto convexo no compacto de un espacio de Banach infinito dimensional [10, 1985].

Cuando $K = 1$ se dice que el operador es no expansivo. Hubieron de transcurrir más de 40 años para obtener los primeros resultados positivos para este tipo de operadores. Estos resultados fueron probados independientemente por F. E. Browder, D. Gödhe y W. A. Kirk [2, 5, 8, 1965] para espacios de Hilbert, espacios de Banach uniformemente convexos o con estructura normal, respectivamente. Estos resultados motivaron la siguiente definición: un espacio de Banach tiene la propiedad del punto fijo (PPF) si todo operador no expansivo definido sobre un conjunto convexo cerrado y acotado en sí mismo tiene un punto fijo.

A partir de este momento se desarrolló una amplia teoría imponiendo condiciones geométricas al espacio de Banach que garantizaran la existencia de puntos fijos para operadores no expansivos, véase [9] y las referencias que en él se encuentran. En los teoremas de este tipo era usual que además de la condición geométrica fuera necesario suponer la reflexividad del espacio o que la propiedad geométrica implicara la reflexividad. Por lo anterior durante mucho tiempo se pensó que la PPF y la reflexividad eran propiedad equivalentes. Sin embargo, en el año 2008 P. K. Lin dio el primer ejemplo de un espacio de Banach no reflexivo [11], diversos autores han dado más ejemplos espacios de Banach no reflexivos con la PPF [3, 4, 6, 7].

Las normas de los espacios de los ejemplos mostrados en las publicaciones referidas están inducida por familias de seminormas. Por ello nos enfocaremos en los espacios de Banach $X$ cuya norma es generada por una familia de seminormas que separa puntos, i.e. existe una familia $\mathcal{F} = \{\rho_k(\cdot)\}_{k \in \mathbf{N}}$ tal que $\|x\|_X = \sup_k \rho_k(x)$, de modo que tal familia separe puntos y que satisfaga algunas condiciones especiales. Bajo esas condiciones es posible deducir la PPF para estos espacios. También es posible dar resultados de punto fijo para una clase más amplia de operadores, y en algunos casos estos espacios resultan ser un renormamiento de algún espacio de Banach que con la norma original fallaba la FPP.

**Keywords:** Propiedad del punto fijo, renormamiento, operador no expansivo

**MSC 2010:** 46B03,47H10

## Referencias

[1] S. BANACH, *Sur lés opérations dan les ensembles abstraits et leurs applications aux équations intégrales*. Fund. Math. **3**, 1922.

[2] F. E. BROWDER, Nonexpansive nonlinear operators in a Banach space. *Proc. Nat. Acad. Sci.* **54**, 1041 – 1044 (1965).

[3] F. E. CASTILLO-SANTOS, *Connections between geometrical and fixed point properties*, Ph. D. Thesis, University of Newcastle, Australia, 2010.

[4] H. FETTER, Personal communication, (2009).

[5] D. GÖDHE, Zum prinzip der kontraktiven abbildung. *Math. Nach.* **30**, 251 – 258 (1965).

[6] C. A. HERNÁNDEZ-LINARES; M. A. JAPÓN-PINEDA, A renorming in some Banach spaces with applications to fixed point theory. *J. Funct. Anal.* **258** (10), 3452 – 3468 (2010).

[7] C. A. HERNÁNDEZ-LINARES; M. A. JAPÓN-PINEDA; E. LLORENS-FUSTER, On the structure of the set of equivalent norms on $\ell_1$ with the fixed point property. *J. Math. Anal. Appl.* **387**, 645 – 654 (2012).

[8] W. A. KIRK, A fixed point theorem for mappings which do not increase distances. *Amer. Math. Monthly* **72**, 1004 – 1006 (1965).

[9] W. A. KIRK; B. SIMS, *Handbook of Metric Fixed Point Theory*. Kluker Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 2001.

[10] P. K. LIN; Y. STERNFELD, Convex sets with the Lipschitz fixed point property are compact. *Proc. Amer. Math. Soc.* **93**, 633 – 639 (1985).

[11] P. K. LIN, There is an equivalent norm on $\ell_1$ that has the fixed point property. *Nonlinear Anal.* **68** (8), 2303 – 2308 (2008).

[1]Departamento de Análisis Matemático
Universidad de Valencia
Dr. Moliner 50, Edificio de Investigación Jeroni Muñoz, Burjassot
carlos.a.hernandez@uv.es

[2]Departamento de Análisis Matemático
Universidad de Sevilla
Avenida de la Reina Mercedes, s/n, Sevilla
japon@us.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

# Semigroup theory applied to the extension problem

**José E. Galé**[1], **Pedro J. Miana**[1], **Pablo R. Stinga**[2]

We extend results of Caffarelli-Silvestre and Stinga-Torrea regarding a characterization of fractional powers of differential operators via an extension problem. Conversely, a solution to the extension problem is given in terms of the fractional power. Our main result applies to generators $A$ of integrated semigroups, in particular to operators with purely imaginary symbol. We also give a result on the growth of perturbated tempered $\alpha$-times integrated semigroups, that could be of independent interest.

**Keywords:** Extension problem, Fractional power, Dirichlet-to-Neumann operators, Operator semigroups, Differential operators

**MSC 2010:** 41A65, 46J15, 30B60, 26A12

## References

[1] L. Caffarelli and L. Silvestre, An extension problem related to the fractional Laplacian, *Comm. Partial Differential Equations* **32** (2007), 1245–1260.

[2] P. R. Stinga and J. L. Torrea, Extension problem and Harnack's inequality for some fractional operators, *Comm. Partial Differential Equations* **35** (2010), 2092 – 2122.

[1]Departmento de Matemáticas & I.U.M.A.
Universidad de Zaragoza
50009–Zaragoza, Spain
gale@unizar.es, pjmiana@unizar.es

[2]Departamento de Matemáticas
Universidad Autónoma de Madrid
28049–Madrid, Spain
pablo.stinga@uam.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

# Métodos iterativos para resolver CONVEX FEASIBILITY PROBLEMS y aplicaciones

**Victoria Martín Márquez**[1]

Un gran número de problemas en matemáticas y otras áreas científicas pueden formularse como un Convex Feasibility Problem (CFP), que consiste en buscar un punto en la intersección de un número finito de conjuntos cerrados y convexos. Por ello, los algoritmos para resolver este tipo de problema siguen siendo el centro de estudio de muchos investigadores. Debido a que en aplicaciones uno podría no saber a priori si la intersección de dichos conjuntos es no vacía, el caso inconsistente despierta especial interés y presenta aún muchas preguntas sin resolver. Otros dos problemas íntimamente relacionados son el Split Feasibility Problem (SFP) y el Multiple-Sets Split Feasibility Problem (MSSFP), ambos aplicados a la resolución de problemas inversos donde las restricciones son impuestas en el dominio y rango de un operador lineal. El SFP aparece por primera vez en 1994 [2] con el fin de modelar problemas de procesamiento de señales, mientras el MSSFP se presentó en 2005 [3] para modelar problemas en Terapia de Radiación con Intensidad Modulada. Presentaremos en esta charla algunas contribuciones a esta teoría en el marco de los espacios de Hilbert, junto con algunos experimentos númericos que ilustran la implementación de los métodos iterativos propuestos (ver [1, 4, 5]).

**Keywords:** Convex Feasibility Problem, espacio de Hilbert, aplicación nonexpansiva, operador maximal monotone, algoritmo de proyección, procesamiento de señales

**MSC 2010:** 47H05, 47H09, 47H10, 90C25

## Referencias

[1] BAUSCHKE H.; MARTÍN-MÁRQUEZ V.; MOFFAT S.; WANG S., Compositions and convex combinations of asymptotically regular firmly nonexpansive mappings are also asymptotically regular. *Fixed Point Theory and Applications* **2012**:53, 1–11 (2012).

[2] CENSOR Y.; ELFVING T.,A multiprojection algorithms using Bregman projection in a product space. *J. Numer. Algorithm* **8**, 221–239 (1994).

[3] CENSOR Y.; ELFVING T., KOPF N.; BORTFELD T., The multiple-sets split feasibility problem and its applicationsfor inverse problems. *Inverse Problems* **21**, 2071-2084 (2005).

[4] LÓPEZ G.; MARTÍN-MÁRQUEZ V.; WANG F.; XU H.-K., Solving the split feasibility problem without prior knowledge of matrix norms. *Inverse Problems* **28**(8), 085004, 18 pp. (2012).

[5] LÓPEZ G.; MARTÍN-MÁRQUEZ V.; XU H.-K., Iterative algorithms for the multiple-sets split feasibility problem. En *Biomedical Mathematics: Promising Directions in Imaging, Therapy Planning and Inverse Problems*, Medical Physics Publishing, Madison, WI, USA, 2010.

[1]Departmento de Análisis Matemático
Universidad de Sevilla
Reina Mercedes SN, Sevilla, 41012
victoriam@us.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

# Random zeros of de Branges Gaussian Analytic Functions

**Jorge Antezana**[1], **Jordi Marzo**[2], **Jan-Fredrik Olsen**[3]

To model random configurations of points is of interests in e.g. nuclear physics and astronomy. One such model is obtained by considering the zeros of Gaussian Analytic Functions. It establishes a link with Functional Spaces with Reproducing Kernels. In our work we study some properties of these random configurations generated in some de Branges spaces: the Paley-Wiener space and the spaces associated with the Airy and Bessel functions.

**Keywords:** Gaussian analytic functions, de Branges spaces, Gap probabilities

**MSC 2010:** 60G15, 60G55, 42B35

[1]Instituto Argentino de Matemática “Alberto P. Calderón”
CONICET
Saavedra 15, 3er piso (C1083ACA), Buenos Aires, Argentina
`antezana@mate.unlp.edu.ar`

[2]Departament de Matemàtica Aplicada i Anàlisi
Universitat de Barcelona
Gran Via 585, 08007, Barcelona, España
`jmarzo@ub.edu`

[3]Centre for Mathematical Sciences
Lund University
P.O. Box 118, SE-221 00 Lund, Suecia
`janfreol@maths.lth.se`