

## SESIONES ESPECIALES

Congreso RSME 2013



# S18

## Investigación Operativa

**Mie 23, 11:00 - 11:50, Aula 7** – Marco A. López:  
*Estabilidad en optimización lineal. Propiedades del tipo pseudo-Lipschitz*

**Mie 23, 11:50 - 12:15, Aula 7** – José Niño-Mora:  
*Continuous-state restless bandits, indexability, and infinite-dimensional linear programming*

**Mie 23, 12:15 - 12:40, Aula 7** – Ignacio García-Jurado:  
*An extension of the Shapley value for games with optimistic aspirations*

**Mie 23, 12:40 - 13:05, Aula 7** – Gustavo Bergantiños:  
*Asignaciones estables: premio Nobel de economía 2012*

**Mie 23, 13:05 - 13:30, Aula 7** – Justo Puerto:  
*25 minutes on Polynomials, SDP and Location Theory*

**Mie 23, 17:00 - 17:50, Aula 7** – Angel Corberán:  
*Sobre el Set Covering Arc Routing Problem*

**Mie 23, 17:50 - 18:15, Aula 7** – Emilio Carrizosa:  
*Some Mixed Integer Nonlinear Programs in Data Analysis*

**Mie 23, 18:15 - 18:40, Aula 7** – Alfredo Marín:  
*Sobre el problema de la mediana discreto no lineal con orden inducido*

**Mie 23, 18:40 - 19:05, Aula 7** – Antonio Rodríguez:

*Problema de localización de hubs usando mediana ordenada con restricciones de capacidad*

**Mie 23, 19:05 - 19:30, Aula 7** – Víctor Blanco:

*Algunas Aplicaciones de la Optimización Discreta en Álgebra Computacional*

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española  
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

## Estabilidad en optimización lineal. Propiedades del tipo pseudo-Lipschitz

López-Cerdá, Marco A.<sup>1</sup>

El problema analizado es el de optimización de una función lineal con restricciones lineales, restricciones cuyos coeficientes dependen continuamente de un índice que varía en un compacto Hausdorff. Suponiendo que se verifica la cualificación de restricciones de Slater, en [1] se proporciona una caracterización de la propiedad de Aubin (también conocida como propiedad de 'Lipschitz-like') de la aplicación conjunto óptimo (o 'argmin mapping'), mientras que en [2] se caracteriza la 'calmness' de esta misma aplicación bajo la hipótesis adicional de la unicidad de la solución óptima. El objetivo fundamental de esta charla es presentar algunos avances en la estimación de los correspondientes módulos de estas dos propiedades en tanto que constituyen indicadores precisos del nivel de estabilidad del problema original. Las estimaciones propuestas tienen la cualidad de depender exclusivamente de los parámetros de dicho problema nominal, por lo que son conceptualmente computables. Los resultados que se presentan proceden fundamentalmente de [3].

**Keywords:** Estabilidad en optimización lineal, Aubin property, calmness property

**MSC 2010:** 90C05, 90C34

## Referencias

- [1] M. J. Cánovas, D. Klatte, M. A. López, J. Parra, Metric regularity in convex semi-infinite optimization under canonical perturbations, SIAM J. Optim., 18 (2007), pp. 717-732.
- [2] M. J. Cánovas, A. L. Dontchev, M. A. López, J. Parra, Isolated calmness of solution mappings in convex semi-infinite optimization, J. Math. Anal. Appl., 350 (2009), pp. 892-837.
- [3] M. J. Cánovas, A. Kruger, M. A. López, J. Parra, M. Théra, Calmness modulus of linear semi-infinite programs, Ongoing paper.

<sup>1</sup>Departamento Estadística e Investigación Operativa  
Universidad de Alicante  
Ctra. San Vicente de Raspeig s/n, Alicante 03071  
[marco.antonio@ua.es](mailto:marco.antonio@ua.es)

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española  
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

## Continuous-state restless bandits, indexability, and infinite-dimensional linear programming\*

José Niño-Mora<sup>1</sup>

The multiarmed restless bandit (RB) problem concerns the optimal dynamic allocation of a resource to multiple projects, modeled as RBs, i.e., binary-action (active or passive) Markov decision processes. Although generally intractable, an approach to construct heuristic policies based on the Whittle index or extensions has been shown, empirically, to perform well in a variety of models. Yet deploying such an approach raises the challenges of establishing the indexability (i.e., existence of the index) of the constituent RBs, and of evaluating the index. Motivated by sensor scheduling and spectrum access applications, this work presents the first general sufficient conditions for indexability of continuous-state RBs, along with a practical means to evaluate the index. They are based on an infinite-dimensional LP extension of partial conservation laws, an approach formerly introduced by the author for discrete-state RBs.

**Keywords:** restless bandits, continuous state, Whittle index, infinite dimensional linear programming, conservation laws

**MSC 2010:** 90B36, 90C40, 90C05, 90C48

## References

- [1] J. NIÑO-MORA, Conservation laws and related applications. En *Wiley Encyclopedia of Operations Research and Management Science*, Wiley, New York, 2011.  
DOI: 10.1002/9780470400531.eorms0186.
- [2] J. NIÑO-MORA, Dynamic priority allocation via restless bandit marginal productivity indices. *TOP* **15**, 161–198 (2007).
- [3] J. NIÑO-MORA, An index policy for dynamic fading-channel allocation to heterogeneous mobile users with partial observations. En *NGI 2008, 4th Euro-NGI Conf. Next Generation Internet Networks*, 231–238. IEEE, New York, 2008.
- [4] J. NIÑO-MORA, A restless bandit marginal productivity index for opportunistic spectrum access with sensing errors. En *NETCOOP 2009, 3rd Euro-NF Conf. Network Control and Optimization, Lecture Notes in Computer Science* **5894**, 60–74. Springer, Berlin, 2009.

---

\*Trabajo llevado a cabo en el marco del proyecto MTM2010-20808 del MICINN

<sup>1</sup>Departamento de Estadística  
Universidad Carlos III de Madrid  
Avenida Universidad 30, 28911 Leganés (Madrid)  
[jnimora@alum.mit.edu](mailto:jnimora@alum.mit.edu)

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española  
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

## An extension of the Shapley value for games with optimistic aspirations<sup>\*</sup>

Luisa Carpent<sup>1</sup>, Balbina Casas-Méndez<sup>2</sup>, Ignacio García-Jurado<sup>1</sup>, Anne van den Nouweland<sup>3</sup>

A game with optimistic aspirations specifies two real numbers for each possible coalition of players: the first number is the worth that the players in the coalition can guarantee for themselves in the event that they coordinate their actions, and the second number is the amount that the players in the coalition aspire to get under reasonable but very optimistic assumptions about the demands of the players who are not included in the coalition. In this paper, in addition to presenting this model and justifying its relevance, we introduce allocation rules and extend the properties of efficiency, additivity, symmetry, and null player property to this setting. Since these four properties are insufficient to find a unique allocation rule, we define three properties involving null players and nullifying players that allow the identification of unique allocation rules. The allocation rules we identify are related to the Shapley value and the equal division rule.

**Keywords:** Optimistic aspirations, TU-games, Shapley value

**MSC 2010:** 91A12

<sup>1</sup>Departamento de Matemáticas  
Universidade da Coruña  
Facultad de Informática, Campus de Elviña, 15071 A Coruña  
[luisacar@udc.es](mailto:luisacar@udc.es)  
[ignacio.garcia.jurado@udc.es](mailto:ignacio.garcia.jurado@udc.es)

<sup>2</sup>Departamento de Estadística e Investigación Operativa  
Universidade de Santiago de Compostela  
Facultad de Matemáticas, 15782 Santiago de Compostela  
[balbina.casas.mendez@usc.es](mailto:balbina.casas.mendez@usc.es)

---

\*The authors acknowledge the financial support of Gobierno de España through project MTM2011-27731-C03.

<sup>3</sup>Department of Economics  
University of Oregon  
435 PLC, Eugene, OR 97403-1285, USA.  
[annev@uoregon.edu](mailto:annev@uoregon.edu)

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española  
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

## **Asignaciones estables: premio Nobel de economía 2012**

**Gustavo Bergantiños<sup>1</sup>**

En el año 2012 el premio Nobel de economía recayó en A. Roth y L. Shapley (2 expertos en teorías de juegos) por "for the theory of stable allocations and the practice of market design". Dichos autores estudiaron situaciones en las cuales hay que asignar bienes y agentes pero no podemos hacerlo usando dinero. Ejemplos de tales asignaciones son estudiantes y colegios, riñones para transplantes y pacientes,... L. Shapley diseñó un algoritmo para hacer dichas asignaciones mientras que A. Roth hizo diversas modificaciones de dicho algoritmo para aplicarlos a varias situaciones reales. En esta charla se dará una explicación de las contribuciones de dichos premios Nobel.

**Keywords:** Nobel Economía 2012, Asignaciones estables

**MSC 2010:** 91A12, 91A40

<sup>1</sup>Estatística e I.O.  
Universidade de Vigo  
Facultade de Económicas. 36310, Vigo.  
gbergant@uvigo.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española  
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

## 25 minutes on Polynomials, SDP and Location Theory\*

Justo Puerto<sup>1</sup>

This talk considers the problem of minimizing the ordered weighted average of finitely many rational functions over compact semi-algebraic sets. Ordered weighted averages of rational functions are, in general, neither rational functions nor the supremum of rational functions so current results available for the minimization of rational functions cannot be applied to handle these problems. We prove that the problem can be transformed into a new problem embedded in a higher dimensional space where it admits a convenient polynomial optimization representation [1]. This reformulation allows a hierarchy of SDP relaxations that approximates, up to any degree of accuracy, the optimal value of those problems [2]. We apply this general framework to a broad family of continuous location problems showing that some difficult problems (convex and non-convex) that up to date could only be solved on the plane and with Euclidean distance, can be reasonably solved with different  $\ell_p$ -norms in finite dimensional spaces. We illustrate this methodology with some extensive computational results on constrained and unconstrained location problems. In addition, we address a general case of continuous single facility location problems in finite dimension spaces under possibly different  $\ell_p$  norms in the demand points. We analyze the difficulty of this family of problems and revisit convergence properties of some well-known algorithms. The ultimate goal is to provide a common approach to solve this family of continuous  $\ell_p$ -norm location problems in dimension  $d$  (including of course the  $\ell_p$  minisum or Fermat-Weber location problem for any  $p \geq 1$ ). We prove that this approach has a polynomial worse case complexity in the case of ordered median functions [3] for monotone lambda weights and it can be also applied, although losing polynomiality, to constrained and even non-convex problems.

**Keywords:** Location Theory, Semidefinite programming, Problem of Moments

**MSC 2010:** 90B90

## References

- [1] BLANCO V., EL-HAJ BEN-ALI S. AND PUERTO J. *Minimizing ordered weighted averaging of rational functions with applications to continuous location*, Computers & Operations Research, 10.1016/j.cor.2012.10.005, (2012).

---

\*Trabajo llevado a cabo en el marco del proyecto MTM2010-19576-C02-(01,02) del MICINN

- [2] LASSERRE J.B. *Moments, Positive Polynomials and Their Applications* Imperial College Press, London, (2009).
- [3] NICKEL S. AND PUERTO J. *Facility Location - A Unified Approach*. Springer Verlag, (2005).

<sup>1</sup>IMUS

Universidad de Sevilla  
Avd. Reina Mercedes, ETSII, 41012 Sevilla.  
[puerto@us.es](mailto:puerto@us.es)

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española  
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

## Sobre el Set Covering Arc Routing Problem

**Thais Ávila<sup>1</sup>, Ángel Corberán<sup>1</sup>, Isaac Plana<sup>2</sup>, José María Sanchis<sup>3</sup>**

El Set Covering Arc Routing Problem (SCARP) es un problema de rutas por arcos, con condiciones provenientes del Problema de Cubrimiento de Conjuntos (Set Covering Problem, SCP), que tiene una interesante aplicación en la vida real al diseño de las rutas para la lectura de contadores. También conocido como el Close-Enough Arc Routing Problem ([1]), es una generalización del Problema del Cartero Rural Dirigido en la que el conjunto de arcos sobre los que hay que “hacer el servicio” no está definido. En cambio, hay un conjunto de clientes que deben ser “cubiertos” (servidos). Los clientes pueden estar localizados en el área cubierta por el grafo, no únicamente en los vértices o arcos del grafo. El SCARP consiste en encontrar un tour de coste mínimo, que empiece y acabe en el depósito, y tal que cada cliente sea “cubierto” por el tour, es decir, esté como mucho a una distancia  $r$  de algún arco atravesado por el tour.

En este trabajo proponemos una formulación del problema como problema de programación lineal entera. Definimos y estudiamos el poliedro asociado a sus soluciones posibles y presentamos un algoritmo del tipo de ramificación y corte para su resolución exacta.

**Keywords:** Rutas de vehículos, poliedros, ramificación y acotación

**MSC 2010:** 90B06, 90C57

## Referencias

- [1] M.H. HA; N. BOSTEL; A. LANGEVIN; L-M. ROUSSEAU, Solving the Close-Enough Arc Routing Problem. *Networks*. To appear.

<sup>1</sup>Departamento de Estadística e Investigación Operativa  
Universitat de València  
Avda. Dr. Moliner s/n, 46100 Burjassot (Valencia)  
thais.avila@uv.es, angel.corberan@uv.es

<sup>2</sup>Departamento Matemáticas para la Economía y la Empresa  
Universitat de València  
isaac.plana@uv.es

<sup>3</sup>Departamento de Matemática Aplicada  
Universidad Politécnica de Valencia  
[jmsanchis@mat.upv.es](mailto:jmsanchis@mat.upv.es)

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española  
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

## Some Mixed Integer Nonlinear Programs in Data Analysis<sup>\*</sup>

Emilio Carrizosa<sup>1</sup>, Vanesa Guerrero<sup>1</sup>, Belén Martín-Barragán<sup>2</sup>, Amaya Nogales<sup>1</sup>, Dolores Romero-Morales<sup>3</sup>

Data Analysis is a rich field of application of Mathematical Optimization tools, and, in particular, of Mixed Integer Nonlinear Programming (MINLP). In this talk we will review some models our research group has recently studied, expressed as MINLPs and solved exactly with Global Optimization tools or, for large-dimensional problems, via heuristics. Numerical results and comparison against benchmark methods are presented.

**Keywords:** Mixed Integer Nonlinear Programming, Sparse Principal Component Analysis, Support Vector Machines

**MSC 2010:** 90C11, 62H30

## References

- [1] E. CARRIZOSA; D. ROMERO MORALES, Supervised classification and mathematical optimization. *Computers & Operations Research* **40**(1), 150–165 (2013).
- [2] E. CARRIZOSA; B. MARTÍN-BARRAGÁN, D. ROMERO-MORALES, Detecting relevant variables and interactions in supervised classification. *European Journal of Operational Research* **213** (1), 260–269 (2011).
- [3] E. CARRIZOSA; A. USHAKOV; I. VASILYEV, A computational study of a nonlinear minsum facility location problem. *Computers & Operations Research* **39**(11), 2625–2633 (2012).
- [4] J. LEE; S. LEYFFER, *Mixed Integer Nonlinear Programming*. Springer, New York, 2011.

<sup>1</sup>Instituto de Matemáticas de la Universidad de Sevilla  
Universidad de Sevilla  
Avda Reina Mercedes s/n, 41012 Sevilla, Spain  
{ecarrizosa, vguerrero, amayanogales}@us.es

---

\*Research supported by grants MTM2012-36163 (Ministerio de Economía y Competitividad, Spain) and FQM-329 (Junta de Andalucía)

<sup>2</sup>Departamento de Estadística  
Universidad Carlos III de Madrid  
Madrid 126, 28903 Getafe, Madrid, Spain  
[belen.martin@uc3m.es](mailto:belen.martin@uc3m.es)

<sup>3</sup>Saïd Business School  
University of Oxford  
Oxford OX1 1HP, United Kingdom  
[dolores.romero-morales@sbs.ox.ac.uk](mailto:dolores.romero-morales@sbs.ox.ac.uk)

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española  
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

## Sobre el problema de la mediana discreto no lineal con orden inducido\*

Alfredo Marín<sup>1</sup>

El problema de la mediana ordenado (DOMP) [3] deja como casos particulares numerosos problemas de localización discreta. Algunos ejemplos son el problema de la  $p$ -mediana, el del  $p$ -centro, el del  $k$ -centrum y distintos problemas de localización equitativa [2].

En el DOMP se ordenan las distancias entre las medianas y los puntos asignados a ellas. Las distancias ordenadas se multiplican entonces por un vector de coeficientes que determina el problema particular de que se trate. La ordenación de los valores que tomen las variables dentro de una formulación de programación lineal entera ha sido objeto de estudio en trabajos anteriores [1].

Esta presentación trata de una extensión del DOMP en la cual el orden en que las variables son multiplicadas por los coeficientes viene determinado por un segundo conjunto de variables. Es decir, se ordenan pares de valores con respecto a la primera componente y se usa la segunda componente para, a través de la multiplicación por los coeficientes antedichos, construir la función objetivo. De esta forma se pueden modelar nuevos problemas a expensas de dificultar la formulación y consecuentemente las posteriores técnicas de resolución.

Mostramos también cómo incorporar a la función objetivo funciones no lineales sin modificar sustancialmente la formulación ni su resolución. Presentamos los resultados de un estudio computacional inicial.

**Keywords:** Optimización Discreta, Localización,  $p$ -mediana ordenada

**MSC 2010:** 90B80, 90C10

## Referencias

- [1] MARÍN A, NICKEL S, PUERTO J, VELTEN S., A flexible model and efficient solution strategies for discrete location problems. *Discrete Applied Mathematics* **157**, 1128–1145 (2009).

---

\*Investigación financiada por Fundación Séneca, proyecto 08716/PI/08, Plan Nacional de Investigación Científica, Desarrollo e Innovación Tecnológica (I+D+I), proyecto MTM2012-36163-C06-04 y fondos FEDER.

- [2] MARÍN A, NICKEL S, VELTEN S., An extended covering model for flexible discrete and equity location problems. *Mathematical Methods of Operations Research* **71**, 125–163 (2010).
- [3] NICKEL S, PUERTO J., *Facility Location - A Unified Approach*. Springer Verlag, 2005.

<sup>1</sup>Departamento de Estadística e Investigación Operativa  
Universidad de Murcia  
Facultad de Matemáticas, Campus de Espinardo  
[amarin@um.es](mailto:amarin@um.es)

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española  
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

## Problema de localización de hubs usando mediana ordenada con restricciones de capacidad

J. Puerto<sup>1</sup>, A.B. Ramos<sup>1</sup>, A.M. Rodríguez-Chía<sup>2</sup>, M.C. Sánchez-Gil<sup>2</sup>

The discrete ordered median location model is a powerful tool in modeling classic and alternative location problems that has been applied with success to a large variety of discrete location problems. Nevertheless, although hub location models have been analyzed from the sum, maximum and coverage point of views, as far as we know, they have never been considered under an alternative unifying point of view. In this paper we consider new formulations, based on the ordered median objective function, for the capacitated version. This approach introduces some penalty factors associated with the position of an allocation cost with respect to the sorted sequence of these costs. First we present basic formulations for this problem, and then develop stronger formulations by exploiting properties of the model.

**Keywords:** Location theory, Hub location, Ordered median problem

**MSC 2010:** 90B80

## Referencias

- [1] J. PUERTO, A.B. RAMOS AND A.M. RODRÍGUEZ-CHÍA, Single-Allocation Ordered Median Hub Location Problems. *Computers and Operations Research* **38** 559-570 (2011).
- [2] A.B. RAMOS, *Localización de concentradores para mediana ordenada (In Spanish)*.PhD Thesis Facultad de Matemáticas, Universidad de Sevilla, 2012.

<sup>1</sup>Departamento de Estadística e Investigación Operativa  
Universidad de Sevilla  
c/ Tarfia, s/n. 41013 Sevilla  
puerto@us.es  
anabelenramos@us.es

<sup>2</sup>Departamento de Estadística e Investigación Operativa  
Universidad de Cádiz  
c/ República Saharaui, s/n. 11500 Puerto Real (Cádiz)  
antonio.rodriguezchia@uca.es  
mcarmen.sanchez@uca.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española  
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

## Algunas Aplicaciones de la Optimización Discreta en Álgebra Computacional

Víctor Blanco<sup>1</sup>

En los últimos años ha crecido el interés de la comunidad algebraica por adaptar técnicas clásicas de la Geometría Algebraica y el Álgebra Computacional para resolver problemas de programación entera (vease [1, 2, 3, 6] entre muchos otros). Sin embargo, aunque el uso de la optimización discreta es obvio en muchos campos de la vida real, como en logística, transporte, gestión de recursos, etc., la aplicación de técnicas de programación entera para resolver problemas algebráicos es aún muy escasa ([4, 5]). En esta charla ilustraremos, en el marco de una estructura algebráica básica, como los semigrupos numéricos, cómo muchos problemas que se resuelven de forma clásica por enumeración, en esta estructura pueden ser formulados y resueltos eficientemente a través de distintas clases de problemas de optimización discreta.

Un semigrupo numérico es un subconjunto de enteros no negativos, cerrado para la suma, que contiene al cero y con complemento finito. En particular analizaremos el uso de la programación entera para resolver problemas como la descomposición en irreducibles, el invariante omega y el grado de amansamiento.

**Keywords:** Programación Entera, Semigrupos Numéricos

**MSC 2010:** 90C10, 20M14, 11D75, 90C29

## Referencias

- [1] Conti, P. and Traverso, C. (1991). *Buchberger algorithm and integer programming*, in Proceedings of the AAECC-9, Lect. Notes Comput. Sci. 539, pp. 130–139.
- [2] Blanco, V. and Puerto, J. (2009). *Partial Gröbner bases for multiobjective combinatorial optimization*. SIAM J. Discr. Math. 23 (2), 571–595.
- [3] Blanco, V. and Puerto, J. (2011). *Some algebraic methods for solving multiobjective polynomial integer programs*, J. of Symb. Comp. 46 (4) 511–533.
- [4] Blanco, V. (2011). *A mathematical programming approach to the computation of the omega invariant of a numerical semigroup*. Eur. J. of Oper. Research 215 (3), 539–550

- [5] Blanco, V. and Puerto, J. (2012). *An Application of Integer Programming to the Decomposition of Numerical Semigroups*. SIAM J. Discr. Math., 26(3), 1210–1237.
- [6] Thomas, R.R. (1995). *A geometric Buchberger algorithm for integer programming*, Math. of Op. Res. 20, 864–884.

<sup>1</sup>Departamento de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa  
Universidad de Granada  
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, 18011 Granada  
vblanco@ugr.es