

CONFERENCIAS PLENARIAS

Congreso RSME 2013



Índice

LUN 21, 19:00, PAZO DE FONSECA	
Simulación y optimización de redes de transporte de gas	3
<i>Alfredo Bermúdez de Castro, Julio González Díaz, Francisco González Diéguez</i>	
MAR 22, 09:30, AULA MAGNA	
Tubos de vorticidad anudados en la ecuación de Euler	5
<i>Alberto Enciso</i>	
MAR 22, 15:30, AULA MAGNA	
Logarithmic Energy and well-distributed spherical points	7
<i>Carlos Beltrán Álvarez</i>	
MIE 23, 09:30, AULA MAGNA	
El problema de rutas por arcos generalizado	8
<i>Elena Fernández</i>	
MIE 23, 15:30, AULA MAGNA	
El problema de arcos de Nash para superficies	10
<i>Javier Fernández de Bobadilla, María Pe Pereira</i>	
JUE 24, 09:30, AULA MAGNA	
Liaison Theory: New results and open problems	11
<i>Rosa M. Miró-Roig</i>	
JUE 24, 15:30, AULA MAGNA	
Ecuaciones de difusión con velocidad de propagación finita	12
<i>José Mazón</i>	
VIE 25, 09:30, AULA MAGNA	
Homomorphisms between mapping class groups	14
<i>Javier Aramayona, Juan Souto</i>	
VIE 25, 16:30, AULA MAGNA	
Desigualdades isoperimétricas en cuerpos convexos Euclídeos	15
<i>Manuel Ritoré, Efstratios Vernadakis</i>	

SIMULACIÓN Y OPTIMIZACIÓN DE REDES DE TRANSPORTE DE GAS*

Alfredo Bermúdez de Castro¹, Julio González Díaz² Francisco González
Diéguez¹

El objetivo de la comunicación es presentar los modelos y métodos numéricos que permiten simular y optimizar una red de transporte de gas (véanse, por ejemplo, [1, 2]). En la primera parte se introducen los elementos de una red de transporte de gas tomando como ejemplo la red española. A continuación se recuerdan los modelos de la mecánica de fluidos compresibles en régimen estacionario y se obtienen las versiones simplificadas que se emplearán en la modelización del flujo de gas en la red. Se define el grafo orientado que representa la topología de la red, sobre el que se escriben las ecuaciones de conservación de la masa y el momento, que conducen a un sistema no lineal. En el caso que nos ocupa, la función de coste representa el autoconsumo de gas en las estaciones de compresión y se obtiene mediante cálculos termodinámicos asumiendo el carácter isentrópico del proceso. A continuación se introducen las restricciones del problema que se derivan de las características de las estaciones de compresión y de valores mínimos y máximos para la presión en los nudos de la red. Se muestran resultados numéricos para casos de la red española de gas.

Keywords: Simulación, Optimización, Redes, Mecánica de Fluidos

Mathematics Subject Classification 2010: 49, 76

Referencias

- [1] A.J. OSIADACZ, *Simulation and Analysis of Gaz Networks* Título. Gulf Publishing Company, Houston, 1987.
- [2] J. ANDRÉ, J.F. BONNAS, Optimal structure of gas transmission trunklines. *Optim. Eng.* **12**, 175–198 (2011). DOI 10.1007/s11081-009-9094-2.

*Financiado por REGANOSA

¹Departamento de Matemática Aplica
Universidad de Santiago de Compostela
Facultad de Matemáticas. Lope Gómez de Marzoa s/n. Santiago de Compostela
alfredo.bermudez@usc.es, franciscojose.gonzalez@usc.es

²Departamento de Estadística e Investigación Operativa
Universidad de Santiago de Compostela
Facultad de Matemáticas. Lope Gómez de Marzoa s/n. Santiago de Compostela
julio.gonzalez@usc.es

Tubos de vorticidad anudados en la ecuación de Euler

Alberto Enciso¹

En esta charla trataremos la existencia de tubos de vorticidad finos, posiblemente anudados y enlazados, para soluciones estacionarias a la ecuación de Euler en $\mathbf{R}^3$. Con más precisión, dado un conjunto finito $\mathcal{T}$ de tubos finos en $\mathbf{R}^3$, se demuestra que es posible deformar levemente estos tubos mediante un difeomorfismo Φ de $\mathbf{R}^3$ de manera que $\Phi(\mathcal{T})$ sea un conjunto de tubos de vorticidad de un campo de Beltrami en $\mathbf{R}^3$ que tiende a 0 en infinito. Además, el difeomorfismo Φ puede tomarse arbitrariamente cercano a la identidad en cualquier norma C^m . El problema de la existencia de tubos de vorticidad estacionarios y delgados se remonta a Lord Kelvin.

La estructura de las líneas de vorticidad dentro de cada tubo es muy rica, pues hay un conjunto de toros invariantes de medida positiva e infinitas líneas de vorticidad periódicas. En particular, se recupera un resultado anterior sobre la existencia de líneas de vorticidad anudadas estacionarias. La demostración combina estimaciones finas para un problema de contorno asociado al rotacional, un teorema de aproximación mediante campos de Beltrami e ideas de teoría KAM.

Keywords: Ecuación de Euler, toros invariantes, nudos, campos de Beltrami, problemas de contorno, teoría KAM, aproximación de Runge.

Mathematics Subject Classification 2010: 35Q31, 37N10, 37J40, 35J25, 37C55, 57M25.

Referencias

- [1] V.I. ARNOLD, Sur la géométrie différentielle des groupes de Lie de dimension infinie et ses applications à l'hydrodynamique des fluides parfaits. *Ann. Inst. Fourier* **16**, 319–361 (1966).
- [2] A. ENCISO; D. PERALTA-SALAS, Knots and links in steady solutions of the Euler equation. *Ann. of Math.* **175**(1), 345–367 (2012).
- [3] A. ENCISO; D. PERALTA-SALAS, Existence of knotted vortex tubes in steady Euler flows. ArXiv:1210.6271.
- [4] W. THOMSON (LORD KELVIN), Vortex Statics. *Proc. R. Soc. Edinburgh* **9**, 59–73 (1875).

¹Instituto de Ciencias Matemáticas
Consejo Superior de Investigaciones Científicas
Calle Nicolás Cabrera 13, 28049 Madrid
aenciso@icmat.es

Logarithmic Energy and well–distributed spherical points

Carlos Beltrán Álvarez¹

Smale’s 7th problem is to find N spherical points in the two–dimensional sphere which are well–distributed, in the sense that they approximately maximize the product of their mutual affine distances. Behind this amazingly simple question there is a world of mathematics, with connections in many different areas, and a fascinating difficulty: we cannot get the exact answer even for $N = 7$ points. Yet, we’re talking about the *usual* two-dimensional sphere! In my talk I will review some known results, present some new ones, and discuss about the consequences of a complete answer to the problem.

¹Universidad de Cantabria
beltranc@unican.es

El problema de rutas por arcos generalizado

Elena Fernández¹

Esta presentación versa sobre el Problema de Rutas por Arcos Generalizado (PRAG). Los llamados problemas de rutas por arcos [1], son problemas de optimización combinatoria definidos en grafos en los que se busca un subgrafo Euleriano que sea mínimo respecto a una función de coste sobre las aristas conocida. El coste de un subgrafo se define como la suma de los costes de sus aristas. Típicamente, los grafos solución deben satisfacer requerimientos adicionales, expresados en términos de inclusión de determinados subconjuntos de aristas. Hasta el momento, los problemas de rutas por arcos han recibido una menor atención en la literatura que los denominados problemas de rutas por nodos [3, 4], en los que los requerimientos adicionales se refieren a subconjuntos de vértices y cuyos subgrafos solución se corresponden con circuitos Hamiltonianos.

El PRAG se define en un grafo no dirigido G : dada una familia G_k , $k \in K$ de clústers (subgrafos nodos disjuntos de G), los posibles grafos solución deben contener como mínimo una arista de cada uno de los clusters. El PRAG consiste en identificar un subgrafo factible en G cuyo coste total sea mínimo. Se trata de un problema NP-duro que extiende problemas conocidos de rutas en grafos. En términos generales, el PRAG puede describirse como la versión en rutas por arcos del Problema Generalizado del Viajante de Comercio [2], conocido problema de rutas por nodos en el que se impone que los grafos solución contengan como mínimo un vértice de cada uno de los clusters.

El PRAG tiene aplicaciones potenciales que aparecen en contextos variados, como control de calidad en mantenimiento de redes o lectura de contadores. Este problema es también útil para modelar problemas combinados de localización/rutas por arcos, en los que los centros de servicio no pueden ubicarse en los vértices del grafo en el que se define el problema.

En esta comunicación, definimos el PRAG y presentamos dos alternativas de formulación en términos de problemas de programación lineal entera. La primera de ellas sigue la tendencia para este tipo de problemas, mientras que la segunda se deriva de una serie de propiedades de optimalidad que demostramos. La segunda formulación es preferible, puesto que utiliza un número más reducido de variables de decisión y además proporciona una relajación lineal más fuerte. Estudiamos también la dimensión del poliedro asociado a la segunda formulación y presentamos algunas familias de facetas y desigualdades válidas. En particular, presentamos dos nuevas familias de planos secantes, que extienden las desigualdades de co-circuito y emparejamiento, respectivamente, y establecemos una relación entre ellas. Asimismo,

estudiamos el problema de separación para las diferentes familias de desigualdades obtenidas. Finalmente, proponemos un algoritmo de solución, basado en la incorporación iterativa de desigualdades separadas y presentamos algunos resultados numéricos.

Keywords: Combinatoria poliédrica, Circuitos Eulerianos, Rutas por arcos

Mathematics Subject Classification 2010: 90C57, 90C10

Referencias

- [1] M. DROR (ED.), *Arc Routing: Theory, Solutions and Applications*. Kluwer Academic Publishers, Norwell, 2000.
- [2] G. LAPORTE, Y. NORBERT, Generalized travelling salesman through n sets of nodes: An integer programming approach. *INFORMS Journal on Computing* 21, 61–75 (1983).
- [3] E.L. LAWLER, J.K. LENSTRA, A.H.G. RINNOOY KAN, D.B. SHMOYS (EDS.), *The Traveling Salesman Problem: A Guided Tour of Combinatorial Optimization*. Wiley, Chichester, 1985.
- [4] G. PUTING AND A.P. PUNNEN (EDS.), *The traveling Salesman Problem and its variations*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2002.

¹Departament d'Estadística i Investigació Operativa
Universitat Politècnica de Catalunya
Campus Nord, C5-208. Jordi Girona 1-3. 08034 Barcelona
e.fernandez@upc.edu

El problema de arcos de Nash para superficies

Javier Fernández de Bobadilla¹, María Pe Pereira²

En los años sesenta J. Nash planteó una posible relación entre la resolución de singularidades de una variedad y el espacio de arcos trazados sobre la variedad que pasan por su lugar singular. En el caso de superficie, Nash conjeturó una relación muy precisa con respecto a la resolución minimal. En el caso de dimensión superior la situación es más compleja y Nash propuso investigar qué sería cierto de esta relación en dimensión superior.

Los primeros contraejemplos en dimensión mayor o igual que 4 se deben a S. Ishii y J. Kollar en 2002. En 2011 demostramos la conjetura de dimensión 2. En el verano de 2012 T. de Fernex dió también un contraejemplo en dimensión 3 y seguidamente J. Kollar encontró más contraejemplos en estas dimensiones. El problema de encontrar el buen enunciado en dimensión alta permanece abierto.

En esta charla daré una introducción al problema y detalles de la demostración de la conjetura para superficies normales.

Keywords: Surface singularities, arc spaces, Nash Problem

Mathematics Subject Classification 2010: 32S45, 14B05

Referencias

- [1] J. NASH, Arc structure of singularities. *A celebration of John F. Nash, Jr. Duke Math. J.* **81** (1) 31-38 (1995).
- [2] J. FERNÁNDEZ DE BOBADILLA; M. PE PEREIRA, Nash Problem for Surfaces, *Annals of Mathematics* **176** (3), 2003-2029 (2012).

¹ICMAT
javier@icmat.es

²Institut de mathématiques de Jussieu
ICMAT
maria.pe@icmat.es

LIAISON THEORY: New results and open problems

Rosa M. Miró-Roig¹

In this talk, I will present classical results in CI-liaison theory which works very well for codimension 2 subschemes $X \subset \mathbb{P}^n$ and I will try to convince you that if we want to generalize them to arbitrary codimension we have to link by means of Gorenstein schemes instead of complete intersections. In other words, I will try to convince you that G-liaison theory is a much more natural approach if we want to carry out a program in arbitrary codimension.

I will describe a series of modules which are invariant under CI-liaison and I will give a number of geometric applications of these invariants. I will outline several differences between G-liaison and CI-liaison and I will end my talk proving that standard determinantal schemes are glicci

Keywords: Liaison theory, licci, glicci, Cohen-Macaulay

Mathematics Subject Classification 2010: 14M12, 14C05, 14H10, 14J15

¹Algebra i Geometria
Universitat de Barcelona
Gran Via 585, 08007 Barcelona. SPAIN
miro@ub.edu

Ecuaciones de difusión con velocidad de propagación finita

José Mazón¹

Una de las herramientas matemáticas más usadas en la modelización son las ecuaciones de difusión, que no sólo están presentes en modelos físicos, químicos y biológicos, si no que aparecen en cualquier rama científica, por ejemplo, la hoy tan famosa ecuación de Black-Scholes sobre las opciones de compra europeas no es otra cosa que una ecuación de difusión donde lo que se difunde son precios.

Aunque es bien sabido que los modelos de difusión lineales basados en la ley de Fick (al igual que la ecuación del calor basada en la ley de Fourier) dan lugar a la contradicción física de una velocidad de propagación infinita, son todavía los más usados en modelización donde hay algún proceso de difusión involucrado. En algunos problemas concretos, los modelos que se obtienen usando estas ecuaciones lineales, a pesar de la contradicción física anterior, son una buena aproximación a la realidad. Esto es debido a que las soluciones, aunque positivas, son muy pequeñas fuera de un compacto. Sin embargo, en muchos modelos biológicos, como por ejemplo en el transporte de morfógenos, la velocidad de propagación infinita invalida totalmente el modelo. En esta conferencia presentaremos algunos de los resultados que hemos obtenido (ver [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8]) sobre una ecuación de difusión propuesta por Ph. Rosenau ([10]), e independientemente por Y. Brenier ([9]). Dicha ecuación, denominada por Y. Brenier como *ecuación relativista del calor*, tiene velocidad de propagación finita y lo que es más interesante: la velocidad máxima de propagación es un parámetro de la ecuación; con lo que podemos predeterminarla según la naturaleza del problema que se quiera modelizar.

Keywords: Ecuaciones parabólicas no lineales, funcionales con crecimiento lineal, operadores acretivos, ecuación relativista del calor, teoría de la radiación hidrodinámica

Mathematics Subject Classification 2010: 35K20, 35K65, 35K55, 47H06

Referencias

- [1] F. ANDREU, V. CASELLES & J. M. MAZÓN, The Cauchy Problem for a Strong Degenerate Quasilinear Equation. *J. Europ. Math. Soc.* **7**, 361–393 (2005).
- [2] F. ANDREU, V. CASELLES, J. M. MAZÓN & S. MOLL, Finite Propagation Speed for Limited Flux Diffusion Equations. *Arch. Rat. Mech. Anal.* **182**, 269–297 (2006).

- [3] F. ANDREU, V. CASELLES & J. M. MAZÓN, Some regularity results on the relativistic heat equation. *J. Differential Equations* **245**, 3639-3663 (2008).
- [4] F. ANDREU, V. CASELLES & J. M. MAZÓN, A Fisher-Kolmogorov equation with finite speed of propagation. *J. Differential Equations* **248**, 2528-2561 (2010).
- [5] F. ANDREU, V. CASELLES, J. M. MAZÓN & S. MOLL, The Dirichlet problem associated to the relativistic heat equation. *Math. Ann.* **347**, 135-199 (2010).
- [6] J. CALVO, J.M. MAZÓN, J. SOLER & M. VERBENI, Qualitative properties of the solutions of a nonlinear flux-limited equation arising in the transport of morphogens. *M3AS* **21**, 893-937. (2011).
- [7] F. ANDREU, V. CASELLES, J.M. MAZÓN, J. SOLER & M. VERBENI, Radially Symmetric Solutions of a Tempered Diffusion Equation. A porous media-flux-limited case. *SIAM J. Math. Anal.* **44**, 1019-1049 (2012).
- [8] F. ANDREU, V. CALVO, J.M. MAZÓN & J. SOLER, On a nonlinear flux-limited equation arising in the transport of morphogens. *J. Differential Equations* **252**, 5763-5813 (2012).
- [9] Y. BRENIER, Extended Monge-Kantorovich Theory, in Optimal Transportation and Applications. *Lectures given at the C.I.M.E. Summer School held in Martina Franca*, L.A. Caffarelli and S. Salsa (eds.), *Lecture Notes in Math.* 1813, Springer-Verlag, 2003, 91-122.
- [10] P. ROSENAU, Tempered Diffusion: A Transport Process with Propagating Front and Inertial Delay, *Phys. Review A* **46**, 7371-7374 (1992).

¹Departamento de Análisi Matemàtic
 Universitat de Valencia
 Dr. Moliner 50, 46100 Burjassot
 mazon@uv.es

Homomorphisms between mapping class groups

Javier Aramayona¹, Juan Souto²

There is a well-established analogy between the mapping class group $Map(S)$ of a surface and the group $SL_n\mathbb{Z}$. From this point of view it is natural to wonder to which extent do rigidity theorems for arithmetic lattices such as those of Mostow and Margulis hold for homomorphisms between mapping class groups. I will discuss some very partial results in this direction. As an application we obtain for instance that as long as $g \geq 6$ and $g' \leq 2g - 2$, then every non-constant holomorphic map $\mathcal{M}_{g,s} \rightarrow \mathcal{M}_{g',s'}$ is a forgetful map. Here $\mathcal{M}_{g,s}$ is the moduli space of Riemann surfaces of genus g with s marked points.

Keywords: Mapping class group, moduli space, rigidity

Mathematics Subject Classification 2010: 20F65, 57

References

- [1] J. ARAMAYONA AND J. SOUTO, Homomorphisms between mapping class groups. *accepted for publication in Geometry and Topology*.
- [2] J. ARAMAYONA AND J. SOUTO, Holomorphic maps between moduli spaces. *preprint* (2012).
- [3] J. ARAMAYONA AND J. SOUTO, Rigidity phenomena in mapping class groups. *preprint* (2012).

¹School of Mathematics, Statistics and Applied Mathematics
National University of Ireland, Galway
University Road, Galway, Ireland
Javier.Aramayona@nuigalway.ie

²Mathematics Department
University of British Columbia
1984 Mathematics Road, Vancouver, B.C., Canada V6T 1Z2
jsouto@math.ubc.ca

Desigualdades isoperimétricas en cuerpos convexos Euclídeos

Manuel Ritoré¹, Efstratios Vernadakis¹

Un problema clásico en Cálculo de Variaciones consiste en separar una fracción fija de volumen de dominio de $\mathbb{R}^3$ por medio de una superficie con la menor área posible. Dicho problema es equivalente a minimizar el perímetro relativo en el dominio con una restricción de volumen. Cuando el dominio es una bola B , las únicas soluciones son discos geodésicos de esferas totalmente umbilicales que cortan ortogonalmente al borde de B , [2]. Cuando el dominio es convexo y con borde diferenciable, se han demostrado numerosas propiedades de las soluciones de este problema [4], [3], [1], y se ha conjeturado que todas las soluciones son discos topológicos [6]. Recientemente hemos tratado este problema en [5] cuando el dominio es convexo con borde *no necesariamente diferenciable*. Entre los resultados obtenidos en [5] se incluyen una demostración de la equivalencia de las distancias de Hausdorff y Lipschitz en el espacio de cuerpos convexos en espacios Euclídeos, la continuidad del perfil isoperimétrico en distancia de Hausdorff, la regularidad de Ahlfors de las regiones isoperimétricas, la convergencia de las regiones isoperimétricas en distancia de Hausdorff, el comportamiento del perfil isoperimétrico para valores pequeños del volumen, y el comportamiento de las regiones isoperimétricas para valores pequeños del volumen.

Keywords: Desigualdades isoperimétricas, frontera libre, perímetro relativo, conjunto convexo

Mathematics Subject Classification 2010: 49Q10, 53A10, 49Q20

Referencias

- [1] VINCENT BAYLE; CÉSAR ROSALES, Some isoperimetric comparison theorems for convex bodies in Riemannian manifolds, *Indiana Univ. Math. J.* **54**, no. 5, 1371–1394 (2005).
- [2] JÜRGEN BOKOWSKI; EMANUEL SPERNER, JR., Zerlegung konvexer Körper durch minimale Trennflächen, *J. Reine Angew. Math.* **311/312**, 80–100 (1979).
- [3] ERNST KUWERT, *Note on the isoperimetric profile of a convex body*. En *Geometric analysis and nonlinear partial differential equations*, pp. 195–200. Springer, Berlin, 2003.

- [4] PETER STERNBERG; KEVIN ZUMBRUN, On the connectivity of boundaries of sets minimizing perimeter subject to a volume constraint, *Comm. Anal. Geom.* **7** no. 1, 199–220 (1999).
- [5] MANUEL RITORÉ; EFSTRATIOS VERNADAKIS, The isoperimetric profile of Euclidean convex bodies, preprint (2012).
- [6] ANTONIO ROS, *The isoperimetric problem*, Global Theory of Minimal Surfaces (Proc. Clay Math. Inst. Summer School, 2001, D. Hoffman, ed.), Amer. Math. Soc., 175–209, 2005.

¹Departamento de Geometría y Topología
 Universidad de Granada
 Avda. Fuentenueva, s/n
 E-18071 Granada (Spain)
 ritore@ugr.es
 stratos@ugr.es