

SESIONES ESPECIALES

Congreso RSME 2013



Índice

S1 Métodos numéricos para la resolución de ecuaciones no lineales	5
S2 Aspectos de la Matemática Industrial en España	26
S3 Funciones especiales, polinomios ortogonales y aplicaciones	50
S4 Matemática Discreta	70
S5 Teoría de anillos no conmutativos	88
S6 Interacciones matemática-informática	118
S7 Análisis Funcional	132
S8 Análisis Complejo y Teoría de Operadores	157
S9 Singularidades	176
S10 1er Encuentro Ibérico de Historia de las Matemáticas	191
S11 Harmonic Analysis	237
S12 Aspectos topológicos en álgebra y geometría	254
S13 Análisis Geométrico	265
S14 Geometría Algebraica	277
S15 Biomatemáticas	290
S16 Matemáticas de la Teoría De la Información	300
S17 Estadística	318
S18 Investigación Operativa	331

S1

Métodos numéricos para la resolución de ecuaciones no lineales

Jue 24, 11:00 - 11:25, Aula 7 — J. L. Hueso y E. Martínez:

Semilocal convergence of a family of iterative methods in Banach spaces

Jue 24, 11:30 - 11:55, Aula 7 — A. Ezquerro, M. A. Hernández, M. J. Rubio y A. I. Velasco:

An improvement of the accessibility of Steffensen's method

Jue 24, 12:00 - 12:25, Aula 7 — S. Amat, S. Busquier, A. A. Magreñán y N. Romero:

On a family of two-step relaxed Newton-type methods

Jue 24, 12:30 - 12:55, Aula 7 — M. Gutiérrez y A. A. Magreñán:

Una visión general sobre la convergencia del método de Newton amortiguado

Jue 24, 13:00 - 13:25, Aula 7 — S. Amat, S. Busquier y P. Pedregal:

Aproximación de sistemas de ecuaciones no lineales y no estacionarios

Jue 24, 13:30 - 13:55, Aula 7 — V. Candela y J. C. Trillo:

Sobre unos métodos tipo secante de alto orden de convergencia y libres de derivadas

Jue 24, 17:00 - 17:25, Aula 7 — V. F. Candela y R. M. Peris:

On the Application of Rates of Multiplicity for Finding Singular Roots of Nonlinear Equations

Jue 24, 17:30 - 17:55, Aula 7 — R. M. Peris y V. F. Candela:
Strategies for solutions of ill conditioned nonlinear equations

Jue 24, 18:00 - 18:25, Aula 7 — A. Cordero, J. García, J. R. Torregrosa y M. P. Vassileva:
Dinámica de la familia de King de métodos iterativos

Jue 24, 18:30 - 18:55, Aula 7 — J. Segura:
Evaluación numérica de ceros complejos de funciones especiales

Jue 24, 19:00 - 19:25, Aula 7 — S. Amat, M. J. Légaz y P. Pedregal:
Aproximación de sistemas Hamiltonianos usando una nueva técnica variacional

Jue 24, 19:30 - 19:55, Aula 7 — M. Giusti y J-C. Yakoubsohn:
Tracking multiplicities

Semilocal convergence of a family of iterative methods in Banach spaces

José L. Hueso¹, Eulalia Martínez²

In [1], the authors introduced a family of third and four order methods for non-linear systems, defined by

$$y_n = x_n - a\Gamma_n F(x_n) \quad (1)$$

$$z_n = x_n - \Gamma_n(F(y_n) + aF(x_n)) \quad (2)$$

$$x_{n+1} = x_n - \Gamma_n(F(z_n) + F(y_n) + aF(x_n)), \quad (3)$$

where $\Gamma_n = F'(x_n)^{-1}$. This method is very interesting in terms of efficiency, as it can be seen in the work, because it only uses the first order Frechet-derivative.

In this work, we analyze the semilocal convergence by using recurrence relations, a technique that has been widely studied by Hernandez et al., [2]–[6]. We give a theorem that establishes the existence and uniqueness of the solution, proves the R-order of the method, and finds the a priori error bounds.

Finally, we present some numerical results in order to illustrate the theoretical results.

Keywords: Nonlinear system, Iterative method, Banach space, Recurrence relations, semilocal convergence, R-order.

MSC 2010: 65J15

References

- [1] J.L. HUESO, E. MARTÍNEZ, J.R. TORREGROSA, Third and fourth order iterative methods free from second derivative for nonlinear systems, *Applied Mathematics and Computation*, **211**, 190–197 (2009).
- [2] J.M. GUTIÉRREZ, M.A. HERNÁNDEZ, Recurrence Relations for super-Halley Method, *Journal of Computational and Mathematics Applied*, **7**, 1–8 (1998).
- [3] J.A. EZQUERRO, M.A. HERNÁNDEZ, Recurrence Relations for Chebyshev-like Methods, *Applied Mathematics and Optimization*, **41**, 227–236 (2000).
- [4] J.A. EZQUERRO, M.A. HERNÁNDEZ, New iterations of R-order four with reduced computational cost, *BIT Numer. Math.*, **49**, 325–342 (2009).

- [5] J.A. EZQUERRO, M.A. HERNÁNDEZ, D. GONZÁLEZ, Majorizing sequences for Newton's method from initial value problems, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, **236** 9, 2246–2258 (2012).
- [6] J.A. EZQUERRO, M.A. HERNÁNDEZ, N. ROMERO, Solving nonlinear integral equations of Fredholm type with high order iterative methods, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, **236** 6, 1449–1463 (2011).

¹Instituto Universitario de Matemática Multidisciplinar
Universitat Politècnica de València,
Cno. de Vera, 14, 46022 València, Spain.
jlhueso@mat.upv.es

²Instituto de Matemática Pura y Aplicada
Universitat Politècnica de València,
Cno. de Vera, 14, 46022 València, Spain.
eumarti@mat.upv.es

An improvement of the accessibility of Steffensen's method

J. A. Ezquerro¹, M. A. Hernández¹, M. J. Rubio¹, A. I. Velasco¹

Many scientific and engineering problems can be brought in the form of a nonlinear equation $F(x) = 0$, where F is a nonlinear operator defined on a non-empty open convex subset Ω of a Banach space X with values in X . In general, if the operator F is nonlinear, iterative methods are used to solve $F(x) = 0$. A very important aspect in the study of iterative methods is the choice of good initial approximations. In general, iterative methods usually converge once the initial approximations satisfy certain conditions (semilocal convergence).

In this work, for solving $F(x) = 0$, we consider one-point iterative methods with memory of the form ([2]):

$$\begin{cases} x_{-1}, x_0 \in \Omega, \\ x_{n+1} = \psi(x_{n-1}; x_n), \quad n \geq 0, \end{cases}$$

where ψ is an operator defined on a non-empty open convex subset Ω of a Banach space X with values in X . In particular, we use iterative methods that do not use derivatives of the operator F in their algorithms.

In [1], from modified Newton's method and Steffensen's method, an hybrid iterative method is constructed for approximating the roots of nonlinear equations $F(x) = 0$, where the operator F is differentiable. In this work, we present a modification of the previous hybrid iterative method, which is based on the simplified secant method instead of modified Newton's method, that allows us to extend the solution of nonlinear equations to equations where the operator F is nondifferentiable. We analyse the semilocal convergence of the new hybrid iterative method and illustrate it with a numerical example.

Keywords: Simplified secant method, Steffensen's method, hybrid iterative method.

MSC 2010: 47H99, 65J15.

References

- [1] J. A. EZQUERRO; M. A. HERNÁNDEZ; N. ROMERO; A. I. VELASCO, On Steffensen's method on Banach spaces. Enviado a *J. Comput. Appl. Math.*.
- [2] J. F. TRAUB, *Iterative methods for the solution of equations*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1964.

¹Departamento de Matemáticas y Computación
Universidad de La Rioja
Calle Luis de Ulloa s/n, 26007 Logroño, España
<jezquer><mahernan><mjesus.rubio>@unirioja.es,
anabelmates@hotmail.com.ar

On a family of two-step relaxed Newton-type methods

S. Amat¹, S. Busquier², Á. A. Magreñán³, N. Romero⁴

We have studied a variant of the classical two-step Newton-method combined with the relaxed Newton method for the approximation of nonlinear equations in Banach spaces. The method has the following form:

$$\begin{cases} x_0 \text{ given,} \\ y_n = x_n + \lambda_n \Gamma_n F(x_n), & 0 < \lambda_n \leq 1 \\ x_{n+1} = x_n - \lambda_n \Gamma_n F(y_n). \end{cases} \quad (1)$$

where $\Gamma_n = [F'(x_n)]^{-1}$. Notice that this method is free of any bilinear operator and in each iteration we only approximate an associated linear system. This method has been recently studied in [1] and [2]. In this talk we present a semilocal convergence result under ω -conditioned divided differences for this method and some results about the order of convergence. Finally some numerical examples will show the improvement and advantages of the damped method compared with the usual one.

Keywords: Newton type methods, semilocal convergence, divided differences.

MSC 2010: 65B05, 47H17, 49M15.

References

- [1] S. AMAT; C. BERMÚDEZ ; S. BUSQUIER ; S. PLAZA, On a third-order Newton-type method free of bilinear operators, *Numer. Linear Algebra Appl.*, **17**, 639–653 (2010).
- [2] S. AMAT; C. BERMÚDEZ ; S. BUSQUIER ; S. PLAZA, On two families of high order Newton type methods, *Applied Mathematics Letters*, **25** (12), 2209–2217 (2012).

¹Departamento de Matemática Aplicada y Estadística
Universidad Politécnica de Cartagena
Paseo Alfonso XIII, nº52. 30203. Cartagena. España,
sergio.amat@upct.es

²Departamento de Matemática Aplicada y Estadística
Universidad Politécnica de Cartagena
Paseo Alfonso XIII, nº52. 30203. Cartagena. España,
sonia.busquier@upct.es

³Departamento de Matemáticas y Computación.
Universidad de La Rioja.
C/ Luis de Ulloa s/n. 26004 Logroño. España,
alberto.magrenan@gmail.com

⁴Departamento de Matemáticas y Computación.
Universidad de La Rioja.
C/ Luis de Ulloa s/n. 26004 Logroño. España,
natalia.romero@unirioja.es

Una visión general sobre la convergencia del método de Newton amortiguado

José M. Gutiérrez¹, Á. Alberto Magreñán¹

En este trabajo se considera el método de Newton amortiguado

$$x_{n+1} = x_n - \lambda F'(x_n)^{-1} F(x_n), \quad \lambda \in (0, 1], \quad n \geq 0$$

para aproximar una solución de la ecuación $F(x) = 0$, siendo F un operador no lineal definido entre dos espacios de Banach. Se estudia la convergencia del método usando distintas técnicas tanto locales como semilocales: teoría de Kantorovich, relaciones de recurrencia, α y γ teoría de Smale, etc. El objetivo es analizar la influencia del parámetro amortiguador λ en los resultados obtenidos.

Keywords: Damped Newton's method, Kantorovich theory, α -theory

MSC 2010: 65J15, 47H10

Referencias

- [1] I.K. ARGYROS; S. HILOUT, On the semilocal convergence of damped Newton's method. *Appl. Math. Comput.* <http://dx.doi.org/10.1016/j.amc.2012.09.011>
- [2] J. P. DEDIEU, *Points fixes, zéros et la méthode de Newton*. Mathématiques et Applications 54. Springer Verlag, Berlín, 2006.
- [3] L. V. KANTOROVICH; G. P. AKILOV, *Functional analysis*. Pergamon Press, Oxford, 1982.
- [4] P. D. PROINOV, New general convergence theory for iterative processes and its applications to Newton-Kantorovich type theorems. *J. Complexity* **26**, 3–42 (2010).
- [5] D. WANG; F. ZHAO, The Theory of Smale's Point Estimation and its Applications. *J. Comput. Appl. Math.* **60**, 253–269 (1995).

¹Departamento de Matemáticas y Computación
Universidad de La Rioja
c/ Luis de Ulloa, s/n, 26004 Logroño
{jmguti, angel-alberto.magrenan}@unirioja.es

Aproximación de sistemas de ecuaciones no lineales y no estacionarios

Sergio Amat¹, Sonia Busquier¹, Pablo Pedregal²

En muchas aplicaciones nos encontramos con problemas no lineales. En el caso estacionario los métodos tipo Newton son los más usados. Estos métodos pueden verse dentro del método general de mínimos cuadrados. En esta charla presentaremos una generalización de este método para abordar la aproximación de problemas no estacionarios.

Keywords: Ecuaciones no lineales dependientes del tiempo, Mínimos cuadrados, Técnicas variacionales

MSC 2010: 65J15, 49M15

Referencias

- [1] S. AMAT AND P. PEDREGAL, On an alternative approach for the analysis and numerical simulation of stiff ODEs, *Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series A* **33**(4), 1275–1291 (2013).

¹Departamento de Matemática Aplicada y Estadística
Universidad Politécnica de Cartagena
Campus Alfonso XIII (Spain).
sergio.amat@upct.es, sonia.busquier@upct.es

²E.T.S. Ingenieros Industriales.
Universidad de Castilla La Mancha.
Campus de Ciudad Real (Spain).
pablo.pedregal@uclm.es

Sobre unos métodos tipo secante de alto orden de convergencia y libres de derivadas

Candela, Vicente¹; Trillo, Juan Carlos²

En este trabajo presentamos una adaptación de los métodos que generalizan el método de la Secante y de Müller mediante el uso de polinomios de mayor grado. Es conocido que la generalización inmediata de estos dos métodos lleva a otros métodos no muy eficientes y con la restricción de tener su orden de convergencia limitado por 2. Nosotros introducimos una modificación que permite generar algoritmos cuyos ordenes forman una sucesión estrictamente creciente y no acotada a la vez que conservan el hecho de no utilizar derivadas.

Keywords: Secante, Müller, Razón Áurea

MSC 2010: 65H04, 65H05

¹Departamento de Matemática Aplicada
Universidad de Valencia
C/ Doctor Moliner, s/n, 46100 Burjassot
Vicente.Candela@uv.es

²Departamento de Matemática Aplicada y Estadística
Universidad Politécnica de Cartagena
Paseo Alfonso XIII, 52, 30203 Cartagena
jctrillo@upct.es

On the Application of Rates of Multiplicity for Finding Singular Roots of Nonlinear Equations.

Vicente F. Candela¹, Rosa M. Peris¹

Given $f(x)$, its *rate of multiplicity* of order p is defined as any function $\mu(x)$ such that, close to any root or pole x^* of $f(x)$,

$$\frac{|f(x)|}{|x - x^*|^{\mu(x^*)}}$$

is bounded, and $\mu(x) = \mu(x^*) + O((x - x^*)^p)$.

Usefulness of these rates consists of allowing to search for roots with no knowledge of its exact multiplicity. Thus, iterative methods such as Newton or higher order ones, get accelerated when using these rates. Most methods needing the exact multiplicity can be adapted by means of rates in order to get efficient and robust versions with a moderate increase of computational cost.

In this talk, we will analyze the properties of the rates of multiplicity, their relationship with other fundamental concepts in iterative methods, such as logarithmic convexity or elasticity, and techniques to construct higher order rates while avoiding the evaluation of high order derivatives.

Some iterative methods will be considered through the scope of rates, and theoretical results will help to study convergence of methods for multiple roots by means of their associated rates.

Finally, some examples will illustrate the performance of the proposed methods even in case of noninteger multiplicity (appearing in fractional analysis) or poles (usual in complex problems).

Keywords: iterative Newton-type methods, nonlinear equations, ill conditioning, multiple roots, poles, local convergence, stability.

MSC 2010: 65H05, 65H10, 65B99

References

- [1] V. F. CANDELA, A. MARQUINA, Recurrence relations for rational cubic methods I: The Halley method, *Computing*, **44**, 169-184, (1990).
- [2] V. F. CANDELA, A. MARQUINA, Recurrence relations for rational cubic methods II: The Chebyshev method, *Computing*, **45**, 355-367, (1990).

- [3] C. CHUN, B. NETA, A third order modification of Newton's method for multiple roots, *Appl. Math. Comput.*, **211**, 474-479, (2011).
- [4] S. KUMAR, V. KANWAR, S. SINGH, On some modified families of multipoint iterative methods for multiple roots of nonlinear equations, *Appl. Math. Comput.*, **218**, 7382-7394, (2012).
- [5] J.M. ORTEGA, W.C. RHEINBOLD, *Iterative Solution of Nonlinear Equations in Several Variables*. Academic Press, Reading, MA, 1970.
- [6] R. PERIS, A. MARQUINA, V. CANDELA, The convergence of the perturbed Newton method and its application for ill-conditioned problems, *Appl. Math. Comput.*, **218**, 2988-3001, (2011).
- [7] R. PERIS, V. CANDELA, F. POTRA, Iterative methods for ill-conditioned problems: the function rate of multiplicity. En *SIAM Conference on Applied Linear Algebra*, Valencia, 2012.
- [8] L.B. RALL, Convergence of Newton process to multiple solutions, *Numer. Math.*, **9**, 23-37 (1966)
- [9] S. WEERAKOON, TGI FERNANDO, A variant of Newton's method with accelerated third-order convergence, *Applied Math Letters*, **13** (8), 87-93 (2000).

¹Departamento Matemática Aplicada
 Universidad de Valencia
 Dr. Moliner 50, 46100 Burjassot
 peris, candela@uv.es

Strategies for solutions of ill conditioned nonlinear equations

Rosa M. Peris¹, Vicente F. Candela¹

Computational efficiency of iterative methods to solve nonlinear equations of the type $F(x) = 0$ gets handicapped in case of ill conditioned problems. A well known result states that high order methods, such as Newton, decay to first order in the presence of multiple roots. However, even simple roots may be problematic, if the derivative $F'(x^*)$ (being x^* , the root $F(x^*) = 0$) is small enough, or if x^* is too close to other different roots.

Most methods are analyzed in ideal conditions, where the equation is regular enough as not to introduce any additional difficulty. From a local point of view (that is, from a neighbourhood of the simple root), there is always a region where the method can be considered in these ideal conditions. The main problem arises when that regular region can be hardly reached, because it is difficult to distinguish different roots or the function is extremely flat around the root. This problem gets worse when solving nonlinear systems, due to the fact that roots interact and are difficult to separate.

In this talk, we deal with these ill conditioned cases. We propose strategies in order to reduce the harmful effects above mentioned (strategies which, in the other side, may be used even in the most positive conditions), based on the regularization of the iteration. Criteria for these choices are also provided, following the properties of the equation, in such a way that the methods are adapted to the problem instead of the usual techniques which try to adapt the problem to the methods.

The theoretical analysis will be illustrated through examples.

Keywords: iterative methods, nonlinear equations, Newton method, ill conditioning, local convergence, stability.

MSC 2010: 65H05, 65H10, 65B99

References

- [1] V. F. CANDELA, A. MARQUINA, Recurrence relations for rational cubic methods I: The Halley method, *Computing*, **44**, 169-184, (1990).
- [2] V. F. CANDELA, A. MARQUINA, Recurrence relations for rational cubic methods II: The Chebyshev method, *Computing*, **45**, 355-367, (1990).

- [3] V. KANTOROVICH, G.P. AKILOV, *Functional Analysis*. Pergamon Press, Oxford, 1982.
- [4] J.M. ORTEGA, W.C. RHEINBOLD, *Iterative Solution of Nonlinear Equations in Several Variables*. Academic Press, Reading, MA, 1970.
- [5] R. PERIS, A. MARQUINA, V. CANDELA, The convergence of the perturbed Newton method and its application for ill-conditioned problems, *Appl. Math. Comput.*, **218**, 2988-3001, (2011).
- [6] R. PERIS, V. CANDELA, F. POTRA, Iterative methods for ill-conditioned problems: the function rate of multiplicity. En *SIAM Conference on Applied Linear Algebra*, Valencia, 2012.
- [7] W.C. RHEINBOLD, *Methods for Solving Systems of Nonlinear Equations*. SIAM, Philadelphia, 1966.
- [8] S. WEERAKOON, TGI FERNANDO, A variant of Newton's method with accelerated third-order convergence, *Applied Math Letters*, **13** (8), 87-93 (2000).

¹Departamento Matemática Aplicada
 Universidad de Valencia
 Dr. Moliner 50, 46100 Burjassot
 peris, candela@uv.es

Dinámica de la familia de King de métodos iterativos*

Alicia Cordero¹, Javier García², Juan R. Torregrosa¹, María P. Vassileva²

En este trabajo se analiza la dinámica de la familia de King (véase [2]) de métodos iterativos para la aproximación de raíces de ecuaciones no lineales $f(x) = 0$, cuya expresión iterativa es

$$x_{k+1} = y_k - \frac{f(x_k) + (2 + \beta)f(y_k)}{f(x_k) + \beta f(y_k)} \frac{f(y_k)}{f'(x_k)}, \quad (1)$$

donde y_k es el iterado del método de Newton.

Desde el punto de vista numérico, el comportamiento dinámico de la función racional asociada a un método iterativo proporciona información interesante acerca de su estabilidad y fiabilidad. En estos términos, Varona en [4] describe la dinámica asociada a diferentes métodos iterativos conocidos. Más recientemente, en [3] Neta et al. estudian el comportamiento dinámico, sobre polinomios de distintos grados, de métodos iterativos para raíces múltiples.

Partiendo del operador racional asociado a la familia (1) que actúa sobre polinomios cuadráticos genéricos, analizamos los diferentes planos de parámetros encontrados proporcionando una visión general de los distintos comportamientos de los miembros que componen la familia. Podemos encontrar un análisis previo de esta familia en el trabajo de Amat et al. [1].

La riqueza dinámica de esta familia es particularmente interesante encontrando comportamientos análogos a los observados en el conjunto de Mandelbrot.

Keywords: Ecuaciones no lineales, Métodos iterativos, Análisis dinámico

MSC 2010: 65H05, 37F10, 37H20

Referencias

- [1] S. AMAT; S. BUSQUIER; S. PLAZA, Dynamics of the King and Jarratt iterations. *Aequationes Mathematicae* **69**, 212–223 (2005).
- [2] R.F. KING, A family of fourth-order methods for nonlinear equations. *SIAM Journal of Numerical Analysis* **10** (5), 876–879 (1973).

*This research was supported by Ministerio de Ciencia y Tecnología MTM2011-28636-C02-02 and FONDOCYT República Dominicana.

- [3] B. NETA; M. SCOTT; C. CHUN, Basin attractors for various methods for multiple roots. *Applied Mathematics and Computation* **218**, 5043–5066 (2012).
- [4] J.L. VARONA, Graphic and numerical comparison between iterative methods. *Mathematical Inteligencer* **24** (1), 37–46 (2002).

¹Instituto de Matemáticas Multidisciplinar,
Universidad Politécnica de Valencia,
Camino de Vera, s/n, 46022 Valencia
acordero@mat.upv.es, jr torre@mat.upv.es

²Area de Ciencia Básica,
Instituto Tecnológico de Santo Domingo (INTEC),
Avd. Los Próceres, Galá, Santo Domingo, República Dominicana
javiermaimo@hotmail.com, marip@intec.edu.do

Evaluación numérica de ceros complejos de funciones especiales

Javier Segura¹

Describimos métodos para la evaluación eficiente de ceros complejos de soluciones de ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden lineales y su aplicación para la evaluación numérica de los ceros de funciones especiales. Los ceros de las EDOs lineales y homogéneas de segundo orden siguen trayectorias en el plano complejo dadas por las líneas de anti-Stokes. Consideramos la aproximación de Liouville-Green para ODEs del tipo $w''(z) + A(z)w(z) = 0$ siendo $A(z)$ una función meromorfa, y describimos las propiedades cualitativas de las líneas de anti-Stokes para esta aproximación. Basándonos en esta descripción cualitativa, construimos un método de orden cuatro capaz de evaluar eficientemente los ceros complejos siguiendo las líneas de anti-Stokes aproximadas. El funcionamiento del método se ilustra con algoritmos para la evaluación de los ceros complejos de algunas funciones especiales (funciones de Bessel, funciones del cilindro parabólico y polinomios de Bessel).

Keywords: Funciones especiales, EDOs lineales, ceros complejos

MSC 2010: 33F05, 65H05, 30E09

¹Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación
Universidad de Cantabria
Avda. Los Castros, 39005-Santander, España
javier.segura@unican.es

Aproximación de sistemas Hamiltonianos usando una nueva técnica variacional

Sergio Amat¹, M^a J. Légaz¹, Pablo Pedregal²

Se comenzará con una introducción a los problemas Hamiltonianos y su aproximación por medio de métodos simplécticos. Seguidamente presentaremos una nueva perspectiva variacional para aproximar este tipo de problemas. Se minimizará un funcional de error asociado de forma natural a la ecuación y donde se penalizará la no conservación de la energía. Daremos de forma exacta una dirección de descenso y se darán resultados de convergencia. Finalmente, se presentarán experimentos numéricos donde testaremos esta nueva alternativa.

Keywords: Problemas Hamiltonianos, Técnicas variacionales, Métodos simplécticos, Conservación de la Energía

MSC 2010: 65J15, 49M15

Referencias

- [1] S. AMAT AND P. PEDREGAL P., On an alternative approach for the analysis and numerical simulation of stiff ODEs, *Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series A* **33**(4), 1275–1291 (2013).

¹Departamento de Matemática Aplicada y Estadística
Universidad Politécnica de Cartagena
Campus Alfonso XIII (Spain).
sergio.amat@upct.es, sonia.busquier@upct.es

²E.T.S. Ingenieros Industriales.
Universidad de Castilla La Mancha.
Campus de Ciudad Real (Spain).
pablo.pedregal@uclm.es

Tracking multiplicities

Marc Giusti¹, Jean-Claude Yakoubsohn²

It is well known that the computation of the multiplicity and the approximation of isolated multiple roots of polynomial systems is a difficult problem. In recent years, there has been an increase of activity in this area. One goal is to translate the theoretical background developed in the last century on the theory of singularities in terms of computation and complexity. This talk presents several different views that seem relevant to address the following issues: decide of the multiplicity of a root and/or determine the number of roots in a ball, approximate fastly a multiple root and give complexity results for such problems. Finally, we propose a new method to determine a regular system admitting the same root as the initial singular one.

¹Laboratoire LIX
Campus de l'École Polytechnique
Ecole Polytechnique
F-91128 PALAISEAU CEDEX
`Marc.Giusti@polytechnique.fr`

²Department IMT MIP
Université Paul Sabatier
118 Route de Narbonne
Toulouse 3, France
`yak@mip.ups-tlse.fr`

S2

Aspectos de la Matemática Industrial en España

Jue 24, 11:00 - 11:25, Aula 9 – Peregrina Quintela Estévez:

Presentación de dos nuevas infraestructuras para potenciar la transferencia de tecnología Matemática a la Industria: math-in e ITMATI

Jue 24, 11:30 - 11:50, Aula 9 – Bartomeu Coll Vicens:

Caso de éxito en el sector Audiovisual

Jue 24, 11:55 - 12:15, Aula 9 – Carlos Parés Madroñal:

Caso de éxito en el sector de Medio Ambiente

Jue 24, 12:20 - 12:40, Aula 9 – Fernando Varas Mérida:

Caso de éxito en el sector Metalúrgico

Jue 24, 12:45 - 13:05, Aula 9 – Carlos Vázquez Cendón:

Caso de éxito en el sector Financiero

Jue 24, 13:10 - 13:30, Aula 9 – Alberto Ferrer:

Caso de éxito en el entorno del control de calidad y de procesos multidimensionales

Jue 24, 17:00 - 17:20, Aula 9 – Llorent Badiella:

Caso de éxito en el campo de la consultoría Estadística

Jue 24, 17:25 - 17:45, Aula 9 — Manuel Febrero Bande:
Caso de éxito en el campo de la modelización de datos medioambientales

Jue 24, 17:50 - 18:10, Aula 9 — Salvador Naya:
Caso de éxito en el diseño y diagnosis del contenido de impurezas en el combustible de aviación

Jue 24, 18:15 - 19:45, Aula 9 — Alfredo Bermúdez de Castro, Mauricio Zurita, Ricardo Cao Abad, Laureano F. Escudero:
Mesa redonda: Retos actuales de la Matemática Industrial

Presentación de dos nuevas infraestructuras para potenciar la transferencia de tecnología Matemática a la Industria: math-in e ITMATI.

A. Castro¹, R. Gayoso¹, P. Quintela², G. Parente³

Se realizará una presentación de dos recientes infraestructuras creadas en España para potenciar la transferencia de tecnología matemática.

En primer lugar se presentará la Red Española Matemática-Industria (math-in, www.math-in.net). La Red math-in, constituida formalmente el 30 de septiembre de 2011 y formada por una treintena de grupos de investigación en Matemáticas, pretende ser la evolución de la Plataforma CONSULTING del Proyecto i-MATH. La Red math-in ha nacido como un foro de comunicación, de intercambio de información y experiencias para la promoción de la transferencia de los resultados de investigación en el ámbito de las Matemáticas. Tiene como fines los siguientes:

- Promover y facilitar las relaciones estratégicas entre los grupos de investigación del ámbito de las Matemáticas y la Industria.
- Incrementar la presencia de los métodos y técnicas matemáticas en el sector productivo favoreciendo la participación de los grupos de investigación del ámbito de las Matemáticas en proyectos estratégicos colaborativos con la Industria.
- Catalizar la valorización del conocimiento existente en los grupos de investigación del ámbito de las Matemáticas a través de la explotación de una oferta formativa de valor dirigida a la Industria.
- Facilitar la internacionalización de los resultados de investigación de los grupos del ámbito de las Matemáticas promoviendo alianzas con otras entidades de otros países a través de la participación en proyectos de I+D.
- Promover y liderar proyectos de investigación nacionales e internacionales en colaboración.
- Garantizar la ventaja competitiva de los grupos de investigación del ámbito de las Matemáticas a través del registro y explotación de los resultados de las investigaciones.
- Crear un entorno favorable para la creación de empresas de base tecnológica que surjan de los resultados de las investigaciones de los grupos del ámbito de las Matemáticas.

- Reforzar la confianza y el interés de la Industria en la comunidad matemática.
- Reforzar la imagen tecnológica de la comunidad matemática en España.

Se presentarán las iniciativas actuales de la Red math-in y en qué medida están permitiendo una mejor coordinación entre los distintos grupos de investigación implicados, aunar esfuerzos y aprovechar recursos e instrumentos para beneficio mutuo de todos los miembros, a través de una planificación estratégica conjunta y el desarrollo de nuevas metodologías y procedimientos de trabajo colaborativos. La creación de una estructura coordinada como esta en España era necesaria para mantener y multiplicar el impacto en la industria, tal y como ocurre en otras redes existentes similares en el resto del mundo (MITACS en Canadá, Industrial Mathematics KTN en Reino Unido o MASCOs en Australia).

Por otra parte también se presentará el nuevo Instituto Tecnológico de Matemática Industrial (ITMATI, www.itmati.com) que se ha promovido desde Galicia, y en cuya promoción participan nueve grupos de Matemática Aplicada y Estadística e Investigación Operativa de las tres universidades gallegas. La creación y puesta en marcha de ITMATI pretende consolidar el polo de Matemática Industrial en Galicia, incrementar notablemente la colaboración ya existente con las empresas, y dar un salto cualitativo y cuantitativo medible en términos de inversión empresarial en I+D+i.

ITMATI, que nace con la vocación de convertirse en un centro tecnológico de referencia a nivel internacional, supone un hito importante de agregación de recursos para promover la transferencia de la tecnología matemática para dar respuestas eficaces y ágiles a las demandas de las empresas, de las industrias y de las administraciones públicas. Su principal misión consistirá en contribuir al fortalecimiento y potenciación de la competitividad en el entorno industrial y empresarial y apoyar la innovación en el sector productivo, mediante el logro de la excelencia en la investigación y el desarrollo de tecnología matemática avanzada orientada a la transferencia a la industria.

Los fines específicos del Instituto son:

- El acercamiento y la coordinación de las investigaciones básica y aplicada, operando como centro de transferencia de tecnología hacia la industria.
- La actuación como facilitador e impulsor para la introducción y aplicación de técnicas y métodos matemáticos en el sector productivo.
- Contribuir a la generación de conocimiento tecnológico y a su aplicación para el desarrollo y fortalecimiento de la capacidad competitiva de las empresas en el ámbito de la tecnología y la innovación.
- La producción, promoción y divulgación del conocimiento, especialmente en el campo de la Matemática Aplicada, la Estadística y la Investigación Operativa, así como la formación de personal técnico y científico experto en las tecnologías y métodos relacionados.

- El fomento de colaboraciones académicas y científicas con universidades y grandes centros de investigación y transferencia españoles y extranjeros, tanto en el campo de las matemáticas como en otras disciplinas, promoviendo la interdisciplinariedad.
- Contribuir al fortalecimiento de la relación entre los organismos generadores de conocimiento y las empresas y proporcionar servicios de apoyo a la innovación empresarial.

Para la consecución de estos fines ITMATI ha hecho una gran apuesta en el capital humano diseñando una organización orientada al ámbito empresarial e industrial, para dar una respuesta ágil y eficiente a sus necesidades. ITMATI pretende disponer no sólo de personal científico, sino también de personal especializado en la gestión de proyectos y en la transferencia de tecnología e innovación. De este modo se optimiza la transmisión del conocimiento generado en las universidades en el ámbito de la matemática industrial para su aplicación en los sectores productivos.

Keywords: Transferencia, Industria, math-in, ITMATI

MSC 2010: 00A09, 00A99

¹Instituto Tecnológico de Matemática Industrial
Campus Vida. 15782 Santiago de Compostela
adriana.castro@itmati.com, ruben.gayoso@itmati.com

²Departamento de Matemática Aplicada
Universidade de Santiago de Compostela
c/ Lope Gómez de Marzoa s/n. Campus Vida. 15782 Santiago de Compostela
peregrina.quintela@usc.es

³Red Española Matemática-Industria
Campus Vida. 15782 Santiago de Compostela
guadalupe.parente@math-in.net

El problema del ruido y la interpolación de colores en las imágenes captadas por teléfonos móviles

Antoni Buades¹, Bartomeu Coll¹, Jean-Michel Morel²

En esta comunicación presentamos un trabajo sobre dos problemas propuestos por la empresa francesa DxO labs para la restauración de imágenes digitales adquiridas con un teléfono móvil. Debido a la capacidad física del aparato, las imágenes captadas están limitadas por la propia matriz de los sensores además de la óptica del sistema. En el caso de que estén tomadas con poca luz, hay una saturación del color que da lugar a la aparición de un ruido por la poca incidencia de fotones, y por lo tanto, a un preprocesamiento de la imagen (eliminación del ruido o *denoising*). Por otra parte, hay una sola matriz de captadores para toda la imagen color, lo que provoca que haya que interpolar los otros dos colores solamente a partir de la información de un solo color por pixel (problema del *demosaicking*).

En esta conferencia presentamos los resultados obtenidos en el estudio de estos dos problemas, a partir de un trabajo nuestro sobre la eliminación del ruido ([1], [2]) y uno posterior para el caso de la interpolación ([3]). La idea básica tanto para la eliminación del ruido como la interpolación de colores radica en un concepto no local de los entornos de comparación, basado en la búsqueda de estructuras similares en toda la imagen.

Keywords: restauración de imágenes, eliminación del ruido, interpolación de colores

Referencias

- [1] A. BUADES; B. COLL; JM MOREL, A review of image denoising algorithms, with a new one. *Multiscale Model. Simul.* **4**(2), 490–530 (2005).
- [2] A. BUADES; B. COLL; JM MOREL, Self-similarity-based image denoising. *Communications of the ACM* **54**(5), 109–117 (2011).
- [3] A. BUADES; B. COLL; JM MOREL; C. SBERT, Self-Similarity Driven Color Demosaicking. *IEEE Transactions on Image Processing* **18**(6), 1192–1202 (2009).

¹Departament de Matemàtiques i Informàtica
Universitat de les Illes Balears
Ed. Anselm Turmeda, Carret. Valldemossa, km 7,5 07122 Palma de Mallorca
tomeu.coll, antoni.buades@uib.cat

²CMLA, ENS Cachan (France)
61 av. du président Wilson 94235 CACHAN cedex
morel@cmla.ens-cachan.fr

Simulación de tsunamis generados por avalanchas submarinas

Carlos Parés¹, Grupo EDANYA¹

Aunque los tsunamis con mayor repercusión mediática son los generados por movimientos sísmicos (como los ocurridos en 2011 en Japón o en 2004 en Indonesia), otro mecanismo de generación de estas ondas son las avalanchas submarinas que, si bien suelen producir tsunamis de menor amplitud, al producirse cerca de la costa tienen también una gran capacidad destructiva. De hecho, la mayor ola medida nunca fue la que provocó el derrumbe de la ladera de una montaña en la Bahía Lituya en Alaska, producida en 1958 por un terremoto. La ola generada subió por la ladera de una montaña situada al otro lado de la Bahía hasta alcanzar los 524 metros de altura.

El grupo EDANYA trabaja en el desarrollo de un simulador numérico de tsunamis generados por avalanchas submarinas o subaéreas. Un simulador fiable de este tipo de fenómenos permite, en el caso de zonas costeras o próximas a lagos clasificadas por los geólogos como zonas de riesgo potencial, predecir los efectos provocados por un tsunami inducido por una avalancha. A fin de desarrollar este simulador, el grupo aplica los métodos de tipo volúmenes finitos de alto orden introducidos en [1] al sistema de ecuaciones en derivadas parciales del modelo matemático desarrollado en [2]. Este modelo, basado en la hipótesis de aguas someras, permite simular de forma acoplada el movimiento del agua y del material que produce la avalancha. A fin de que la herramienta numérica desarrollada sea eficiente, universal y de fácil uso, los cálculos se realizan en los núcleos de tarjetas gráficas (GPU) (ver [3]) y los simuladores se integran en la plataforma HySEA. Esta plataforma permite lanzar los cálculos via web desde cualquier ordenador, lo que resuelve los problemas habituales de instalación y portabilidad del software científico.

La Administración Norteamericana encargada de la investigación de este tipo de fenómenos naturales (el National Center for Tsunami Research -NCTR- perteneciente a la National Oceanic and Atmospheric Administration -NOAA-) ha mostrado su interés en el trabajo desarrollado por el grupo. Este interés se ha materializado en la firma de dos contratos que tienen como objetivo explorar la potencialidad de las herramientas desarrolladas por el grupo a fin de ampliar el rango y la validez de los modelos de que dispone el NCTR para simular la formación y propagación de tsunamis.

Keywords: Métodos Numéricos, Flujos geofísicos, Prevención de riesgos

MSC 2010: 74S10, 65M08

Referencias

- [1] C. PARÉS, Numerical methods for nonconservative hyperbolic systems: a theoretical framework. *SIAM J. Num. Anal.* **volumen**(44), 300–321 (2006).
- [2] E.D. FERNÁNDEZ-NIETO, F. BOUCHUT, D. BRESCH, M.J. CASTRO, A. MANGENEY, A new Savage-Hutter type model for submarine avalanches and generated tsunami. *J. Comp. Phys.* **volumen**(227), 7720–7754 (2008).
- [3] M. DE LA ASUNCIÓN, J.M. MANTAS, M.J. CASTRO, Simulation of one-layer shallow water systems on multicore and CUDA architectures. *J. Supercomp.* **volumen**(58), 206–214 (2011).

¹Departamento de Análisis Matemático
Universidad de Málaga
Campus de Teatinos s/n. 29071 Málaga.
pares@uma.es

Simulación numérica en procesos de conformado en caliente en la industria metalúrgica

R. López–Cancelos¹, E. Martín¹, M. Meis^{1,2}, C. Mourenza³, D. Passarella⁴, F. Varas^{3,5}, I. Viéitez³

La industria metalúrgica europea constituye un sector sometido a una notable presión para mejorar sus procesos de cara a mantener su competitividad [1]. Aunque la fragmentación del sector (dominado por pequeñas y medianas empresas) complica el desarrollo de programas ambiciosos de innovación, existe una clara visión de la necesidad de un esfuerzo importante en investigación y desarrollo. En este sentido, la simulación numérica puede jugar un papel muy destacado.

En el marco de los procesos de forja y laminación en caliente, la simulación numérica está presente desde hace tiempo en el diseño de las propias operaciones de conformado. El desafío actual es la integración de la simulación numérica en el resto de las etapas del proceso, como herramienta de optimización global de la producción.

En esta presentación se exponen algunos resultados de la línea de trabajo desarrollada por los autores relacionada con la simulación numérica de diversas etapas en la fabricación de productos metalúrgicos mediante forja y laminación en caliente. Estos trabajos han sido desarrollados en el marco de varios proyectos y contratos de I+D con las empresas Russula, CIE Galfor e Ingener.

Así, en el marco del proceso de forja en caliente, se muestran resultados de la simulación numérica de dos aspectos importantes del proceso global [2], [3]

- tratamiento térmico de los productos de forja, incluyendo su austenización (en un horno de recalentamiento), temple (en un baño de aceite) y revenido (en un segundo horno)
- deformaciones de utillajes de forja, incluyendo las distorsiones geométricas de las estampas durante su tratamiento térmico y las deformaciones durante la operación de forja

Por otro lado, se exponen los resultados alcanzados en relación con la simulación numérica en tiempo real del calentamiento de piezas en un horno (que alimenta a un tren de laminación en caliente). En este sentido, se han desarrollado diversas herramientas (basadas en la construcción de modelos de orden reducido) que han sido posteriormente implementadas en las estrategias de control del horno.

Finalmente, se muestra el empleo de otras técnicas de modelado de orden reducido aplicadas al calentamiento de piezas en un horno en régimen nominal, que ha permitido implementar esquemas de optimización muy eficientes destinados a las etapas de diseño de las condiciones de operación de ese horno [4].

Keywords: Simulación numérica, modelos de orden reducido, laminación, tratamientos térmicos

MSC 2010: 68U20, 65M, 76M10

Referencias

- [1] EUROPEAN COMMISSION, ENTERPRISE AND INDUSTRY DIRECTORATE GENERAL, *Competitiveness of the EU metalworking and metal articles industries*. Brussels, 2009.
- [2] E. MARTÍN, C. MOURENZA, F. VARAS, Numerical Simulation and Reduced Order Modelling of Steel Products Heating in Industrial Furnaces. En *Proceedings of the RSME Conference on Transfer and Industrial Mathematics*, P. Quintela, M.J. Esteban, W. González, M.C. Muñoz, J. Rubio, J.J. Salazar (eds.), 108–113. Universidad de Santiago de Compostela, Santiago de Compostela, 2011.
- [3] D.N. PASSARELLA, F. VARAS, E. MARTÍN, Mathematical modeling of heat transfer during quenching process. En *Numerical Methods for Hyperbolic Equations: Conference papers*, E. Vázquez, A. Hidalgo, P. García-Navarro, L. Cea (eds.). CRC Press, Boca Raton, 2012.
- [4] E. MARTÍN, M. MEIS, C. MOURENZA, D. RIVAS, F. VARAS, Fast Solution of Direct and Inverse Design Problems concerning Furnace Operation. *Applied Thermal Engineering* **47**, 41–53 (2012).

¹Escuela de Ingeniería Industrial
Universidad de Vigo
Campus Lagoas–Marcosende, 36310 Vigo
emortega@uvigo.es

²Vicus Desarrollos Tecnológicos
C/ Jacinto Benavente 37, 36202 Vigo
m.meis@vicusdt.com

³Escuela de Ingeniería de Telecomunicación
Universidad de Vigo
Campus Lagoas–Marcosende, 36310 Vigo
cesar@dma.uvigo.es

⁴Departamento de Ciencia y Tecnología
Universidad Nacional de Quilmes
Roque Sáenz Peña 352, Bernal, Buenos Aires (Argentina)
diego.passarella@unq.edu.ar

⁵ETS de Ingenieros Aeronáuticos
Universidad Politécnica de Madrid
Plaza de Cardenal Cisneros 3, 28040 Madrid
fernando.varas@upm.es

Algunos ejemplos de transferencia matemática al sector financiero

Carlos Vázquez¹

La valoración de productos financieros es un tema de gran actualidad. El tratamiento de este tipo de problemas requiere el uso de una gran variedad de herramientas matemáticas para establecer los modelos, analizarlos, seleccionar los métodos numéricos e implementarlos de manera eficiente en el ordenador, utilizando las tecnologías informáticas disponibles. Entre otras, se emplean técnicas de cálculo estocástico, ecuaciones en derivadas parciales, optimización, métodos numéricos, simulación de Monte Carlo, etc. Las entidades y consultoras financieras son cada vez más conscientes de la necesidad de tratar los problemas con el rigor y conocimiento de profesionales con la formación adecuada en el ámbito de las finanzas cuantitativas. Por otro lado, aunque los temas de confidencialidad puedan dar lugar a ser reacios a externalizar los estudios y cálculos para valorar los productos financieros incluidos en sus carteras, se trata de un campo en el que surgen oportunidades para la transferencia matemática, que se materializa en términos de contratos o proyectos, intercambio de información, impartición de cursos de formación o incorporación de personal formado en másters o doctorados a este sector productivo.

En la presente charla se pretende difundir algunos ejemplos de casos de éxito desarrollados, totalmente o en parte, por el grupo M2NICA de la Universidade da Coruña en el ámbito de las finanzas cuantitativas. Dichos ejemplos se orientan fundamentalmente a la valoración de productos derivados financieros, empleando las técnicas de modelado y métodos numéricos más adecuadas, así como herramientas informáticas que permiten acelerar los cálculos financieros.

La primera parte de la charla es una colaboración con J. Prieto, J.M. López, E. Rodríguez, J.M. Matías, J.C. Reboredo, mientras que la segunda parte es un colaboración con J.L. Fernández, A.M. Ferreiro, J.A. García, A. Leítao, J.G. López-Salas.

Keywords: Finanzas cuantitativas, derivados financieros, ecuaciones estocásticas, métodos numéricos, desarrollo de software

MSC 2010: 91G20, 91G60, 91G80

Referencias

- [1] J.L. FERNÁNDEZ, A.M. FERREIRO, J.A. GARCÍA, A. LEITAO, J.G. LÓPEZ-SALAS, C. VÁZQUEZ, Static and dynamic SABR stochastic volatility models: calibration and option pricing using GPUs. *Enviado para publicación* (2012).
- [2] A.M. FERREIRO, J.A. GARCÍA, J.G. LÓPEZ-SALAS, C. VÁZQUEZ, An efficient implementation of parallel simulated annealing algorithm on GPUs. *Journal of Global Optimization*, DOI 10.1007/s10898-012-9979-z, (2013).
- [3] PRIETO, J.M. LÓPEZ, E. RODRÍGUEZ, J.M. MATÍAS, J.C. REBOREDO, C. VÁZQUEZ, Financial derivatives pricing. in: *European Success Stories of Mathematics in Industry* (2012).
- [4] CAIXA GALICIA, Matemáticas y mercados financieros: el desarrollo de una metodología para la valoración de opciones financieras. VII Foro de Interacción Matemática Aplicada Industria (FIMAI), (2010).
- [5] PRIETO, J.M. LÓPEZ, E. RODRÍGUEZ, J.M. MATÍAS, J.C. REBOREDO, C. VÁZQUEZ, Utilización de técnicas estadísticas en la valoración de opciones financieras. Actas del XXIII Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa SEIO 2010, (2010).

¹Departamento de Matemáticas
Universidade da Coruña
Facultad de Informática, Campus Elviña, s/n, A Coruña
carlosv@udc.es

Caso de éxito en el entorno del control de calidad y de procesos multidimensionales

Alberto Ferrer¹, Manuel Zarzo²

En esta charla se presenta un caso de éxito en el diagnóstico de las causas que provocan pérdidas por baja calidad en un proceso de polimerización por lotes de una importante empresa petroquímica con plantas en España. La metodología usada hace uso de diversas herramientas estadísticas como los modelos jerárquicos multivariantes de regresión en mínimos cuadrados parciales (hierarquical partial least squares -PLS- regression models) y los gráficos de sumas acumuladas (CuSum).

Keywords: Mejora de calidad, Regresión en mínimos cuadrados parciales (PLS), Selección de variables, Gráficos de sumas acumuladas (CuSum).

Referencias

- [1] J. CAMACHO; J. PICÓ; A. FERRER, Bilinear modelling of batch processes. Part II: a comparison of PLS soft-sensors. *Journal of Chemometrics* **22**, 533–547 (2008).
- [2] J.P. GAUCHI; P. CHAGNON, P, Comparison of selection methods of explanatory variables in PLS regression with application to manufacturing process data. *Chemom. Intell. Lab. Syst.* **58**, 171-193 (2001).
- [3] M. ZARZO; A. FERRER, Batch process diagnosis: PLS with variable selection versus block-wise PCR. *Chemom. Intell. Lab. Syst* **73**, 15–27 (2004).

¹Dpto. Estadística e I.O. Aplicadas y Calidad
Grupo de Ingeniería Estadística Multivariante
Universidad Politécnica de Valencia
Camino de Vera s/n, Edificio 7A, 46022 Valencia - España
aferrer@eio.upv.es
<http://mseg.webs.upv.es/index.html>

²Dpto. Estadística e I.O. Aplicadas y Calidad
Grupo de Ingeniería Estadística Multivariante
Universidad Politécnica de Valencia
Camino de Vera s/n, Edificio 7A, 46022 Valencia - España
<http://mseg.webs.upv.es/index.html>

Consultoría Estadística desde el ámbito universitario: Servicio de Estadística Aplicada de la UAB

Llorent Badiella¹

El *Servei d'Estadística Aplicada de la UAB (SEA)* es un servicio científico-técnico de la Universidad Autònoma de Barcelona, creado en el año 2000, cuyo objetivo principal es el de coordinar y potenciar las actividades relacionadas con la Estadística, así como ofrecer soporte a investigadores para cubrir las necesidades técnicas en esta disciplina.

Proporciona una visión global de la Estadística aplicada a cualquier ámbito de investigación: ofrece asesoramiento estadístico con rigor científico; organiza cursos de Estadística tanto de introducción como de especialización; da soporte en el diseño de los estudios, revisión de la metodología y aplicación de técnicas estadísticas y organiza numerosas actividades divulgativas relacionadas con la Estadística.

A modo ilustrativo del tipo de consultoría realizada por el SEA se presentarán una serie de proyectos reales pertenecientes a disciplinas variadas: Cálculo del tamaño de muestra (Biomedicina), curvas ROC (Veterinaria), análisis de encuestas (Sociología), modelos mixtos (Ecología) y minería de datos (Finanzas).

Keywords: Estadística Aplicada, Consultoría Estadística, Formación a medida

MSC 2010: 62-07, 62P05, 62P10, 62P25, 97K80

Referencias

- [1] L. BADIELLA; A. PEDROMINGO, *Cálculo del tamaño muestral (TM) con el programa ene 2.0*. Gráficas Monterreina, S.A., Madrid, 2005.
- [2] L. BADIELLA, *CALIBRATOR - Software para la calibración de modelos de riesgo*. Servei d'Estadística Aplicada de la UAB, Cerdanyola, 2008.
- [3] J. MARTÍNEZ-VILALTA; B. C. LÓPEZ; N. ADELL; L. BADIELLA; M. NINYE-ROLA, Twentieth century increase of Scots pine radial growth in NE Spain shows strong climate interactions. *Global Change Biology* **14**(12), 2868–2881 (2008).
- [4] X. SÁNCHEZ; D. PRANDI; L. BADIELLA; A. VÁZQUEZ; F. LLABRÉS-DÍAZ; C. BUSSADORI AND O. DOMÈNECH, A new method of computing the vertebral heart scale by means of direct standardisation. *J. of Small Animal Practice* **53**(11), 641–645 (2012).

- [5] Ò. VELASCO; SABATÉ, A.; P. MILLÁN., *La ocupación de los colectivos vulnerables en el marco de la crisis socioeconómica*. Creu Roja Catalunya, Barcelona, 2011

¹Servei d'Estadística Aplicada
Universitat Autònoma de Barcelona
Edifici D - Campus UAB - 08193 Cerdanyola (Barcelona)
s.estadistica@uab.cat

Caso de éxito en el campo de la modelización de datos medioambientales

Manuel Febrero Bande¹, Wenceslao González Manteiga¹

La actividad humana en sus diversas facetas afecta negativamente a la naturaleza y puede representar un serio problema de degradación medioambiental. Es por ello que los gobiernos, las organizaciones ecológicas y los científicos buscan soluciones o plantean acciones políticas para la protección de los entornos naturales que obligan a las empresas a desarrollar planes de control medioambiental de la calidad del aire, agua y suelo en el entorno de las grandes instalaciones. En esa línea, nuestro grupo de investigación, desde 1992, viene desarrollando diversos modelos de predicción de diversos indicadores de polución en el entorno de la Central Térmica de As Pontes, ENDESA. En particular, a lo largo de estos años se han usado diversos modelos para la predicción de los niveles de dióxido de azufre (SO_2) derivados de la combustión de carbón para la obtención de energía eléctrica. La construcción de una nueva central de ciclo combinado de gas natural, hace que los óxidos de nitrógeno (NO_x) se convierta ahora en un indicador relevante que es necesario modelizar conjuntamente con el SO_2 . La modelización es por tanto más compleja al incluir los dos indicadores como también es necesario clasificar el origen de un episodio de NO_x que podría ser alguna de las centrales u otra combustión o actividad en el entorno como tráfico, procesos agrícolas, etc. En esta charla se procederá a describir en detalle alguno de los métodos estadísticos empleados para la modelización de los niveles de contaminación, alguno de los cuales se han adaptado de su origen en el mundo de las finanzas a esta aplicación en el entorno medioambiental.

Keywords: Series de Tiempo Multidimensionales, control medioambiental, predicción

MSC 2010: 62M10, 62M20

¹Depto. Estadística e Investigación Operativa
Universidad de Santiago de Compostela
Avda Lope Gómez de Marzoa, s/n. Facultade de Matemáticas
manuel.febrero@usc.es

Diseño y diagnosis del contenido de impurezas en el combustible de aviación

Salvador Naya¹, Ricardo Cao¹, Mario Francisco-Fernández¹, Javier Tarrío-Saavedra¹

En este trabajo se exponen las conclusiones del proyecto de colaboración entre la empresa Facet Ibérica y los responsables del grupo MODES. El problema planteado por la empresa consistía en encontrar un modelo que explicase el contenido de impurezas en el combustible de aviación. En la actualidad se mide esta calidad mediante una cuaterna de números, denominados números ISO, que aunque son válidos para determinar alarmas, no explican la composición del tipo de impurezas del combustible (básicamente agua y partículas sólidas). El objetivo del trabajo consistió en trasladar la cuaterna de números ISO a su correspondiente equivalencia en partes de agua por millón (ppm) y sólidos (mg/l). El modelo propuesto para la estimación del contenido de partículas en el combustible de aviación se basa en suponer que la granulometría del agua es siempre fija, es decir, al añadir mayor o menor porcentaje de agua, el número de partículas de un determinado tamaño variará de forma proporcional al aumento o disminución de dicha proporción. Esto permitiría, dado un vector de códigos ISO (o un conjunto de ellos obtenidos por mediciones sucesivas) poder desglosarlo en dos vectores de códigos ISO correspondientes a la parte de agua y a la parte de sólidos, para finalmente obtener la proporción de agua y sólidos. Posteriormente, una vez propuesto el modelo y con objeto de validarlo, se propuso realizar un diseño de experimentos con dos factores (proporción de agua y proporción de sólidos) y con cuatro niveles distintos en cada factor. Los resultados obtenidos en el diseño de experimentos demuestran la utilidad del método propuesto.

Keywords: Numeros ISO, Diseño de Experimentos, Modelización

MSC 2010: 62P30, 62K15

Referencias

- [1] T. ALLEN, *Particle Size Measurement*. Chapman and Hall, 1997. London.
- [2] M. ALDERLIESTEN, Mean particle diameters. Empirical selection of the proper type of mean particle diameter describing a product or material property. *Syst. Charact.* **21**, 179–196 (2004).

¹Departamento de Matemáticas
Universidad de A Coruña
Facultad de Informática. Campus de Elviña
salva@udc.es

Retos actuales de la Matemática Industrial. El ejemplo Abengoa

M. Zurita-Gotor¹

Abengoa se define como una compañía internacional que aplica soluciones tecnológicas innovadoras para el desarrollo sostenible en los sectores de energía y medioambiente. Recientemente, la empresa realiza una importante apuesta por la investigación, reconociendo la importancia que en el desarrollo de soluciones tecnológicas innovadoras tiene un conocimiento profundo y multidisciplinar de los fenómenos físico-químicos relacionados con las mismas.

Este reconocimiento se concreta con la creación en 2011 de Abengoa Research. AR está constituida por un único grupo de investigación multidisciplinar que dispone de especialistas en los campos de Mecánica de Sólidos y Estructuras, Mecánica de Fluidos, Materiales y Nanotecnología, Ingeniería Térmica, Ingeniería de Procesos Químicos, Ingeniería Eléctrica y Biotecnología. Su plantilla está formada en un 80 % por doctores con probada capacidad investigadora, en su mayoría procedentes de centros internacionales de reconocido prestigio.

Las matemáticas son esenciales en el desarrollo tecnológico. Proporcionan desde el lenguaje con el que describir los fenómenos físico-químicos en los que se basan cada tecnología concreta, hasta las herramientas con las que simularlos y predecirlos. Esta importancia es particularmente comprendida por un grupo de las características del formado por AR. Así, las matemáticas no sólo aparecerán como apoyo imprescindible a los diversos proyectos de investigación de AR, sino que en sí mismas constituyen el núcleo de muchos de los proyectos de su agenda tecnológica.

A modo de ejemplo presentaremos sucintamente 4 proyectos que forman parte de la agenda estratégica a largo plazo de Abengoa Research. Estos incluyen

- El desarrollo de metodología para estudiar flujos multifásicos, con una descripción que incluya fenómenos a nivel de la fase dispersa, así como el correspondiente comportamiento macroscópico,
- El desarrollo de una plataforma para la predicción de la vida de sistemas y componentes, que permita optimizar periodos de mantenimiento y calcular probabilidades de fallo,
- Aplicación y desarrollo de modelos de orden reducido para optimización de procesos térmicos multiparamétricos,
- Desarrollo de una plataforma virtual basada en aproximaciones multiescala que permita la caracterización macroscópica de materiales a partir de la descripción de su microestructura.

Keywords: Abengoa, Energía, Multiescala, Optimización, Flujos Multifásicos

MSC 2010: 76S05,76T99,90B25,74Q99

¹Abengoa Research Campus Palmas Altas, Energía Solar no. 1
mauricio.zurita@research.abengoa.com

Challenges and opportunities of Mathematical Optimization in a globalized industrial world

Laureano F. Escudero¹

We present several mathematical industrial applications, all of them from the view of the mathematical optimization discipline, being mixed integer convex / nonconvex nonlinear optimization problems. Some of the applications only consider deterministic parameters. The others also consider some parameters as random variables, then being stochastic problems. The problem have very frequently one or several objective functions to optimize as well as hard and soft constraints. Such applications are as follows: flight trajectories design, aircraft conflict detection and resolution, energy generators network capacity expansion planning, water and energy transmission network infrastructure design, maintenance and exploitation, and strategic and tactical supply chain management. We can show some examples of add-value on using mathematics in this set of real-life industrial applications. Additionally, we discuss the challenges and opportunities of using mathematical optimization on designing floating platforms for energy off-shore wind generators.

Keywords: Stochastic, mixed integer, nonlinear optimization, risk analysis and management

MSC 2010: 62P30,90B10,90C10,90C15,90C26,90C27,90C29,90C309,91B30

¹Dpto. de Estadística e Investigación-Operativa
Universidad Rey Juan Carlos
c/Tulipan, s/n, 28933, Móstoles (Madrid)
laureano.escudero@urjc.es

S3

Funciones especiales, polinomios ortogonales y aplicaciones

Mar 22, 11:00 - 11:55, Aula 5 — David Gómez Ullate:

Exceptional orthogonal polynomials

Mar 22, 12:00 - 12:25, Aula 5 — Luz Roncal:

Vector-valued inequalities for fractional integrals associated to Jacobi and Laguerre polynomials

Mar 22, 12:30 - 12:55, Aula 5 — Misael E. Marriaga:

On two variable Koornwinder polynomials and three term relations

Mar 22, 13:00 - 13:25, Aula 5 — Jorge Alberto Borrego:

On orthogonal polynomials with respect to a differential operator

Mar 22, 17:00 - 17:55, Aula 5 — Arno Kuijlaars:

Orthogonal polynomials in the normal matrix model

Mar 22, 18:00 - 18:25, Aula 5 — M. Dominguez de la Iglesia:

Integral representations of some Hermite type matrix-valued kernels and non-commutative Painlevé equations

Mar 22, 18:30 - 18:55, Aula 5 — Ana Martínez de los Ríos:

Matrix difference and q -difference operators having orthogonal polynomials as eigenfunctions.

Mar 22, 19:00 - 19:25, Aula 5 — Sergio Medina Peralta:
Convergence of tipe II Hermite-Padé approximants

Mie 23, 11:00 - 11:55, Aula 5 — Bernhard Beckermann:
On the computation of orthogonal rational functions

Mie 23, 12:00 - 12:25, Aula 5 — Ruymán Cruz-Barroso:
A Riemann-Hilbert problem for sequences of orthogonal Laurent polynomials

Mie 23, 12:30 - 12:55, Aula 5 — Francisco J. Perdomo Pío:
Rational quadrature formulas on the interval and the unit circle

Mie 23, 13:00 - 13:25, Aula 5 — Pedro José Pagola:
Nuevos desarrollos en serie de las funciones hipergeometricas

Exceptional orthogonal polynomials

David Gómez-Ullate

Exceptional orthogonal polynomials are complete sets of orthogonal polynomials which arise as solutions of a Sturm-Liouville problem and have gaps in their degree sequence. They extend in some sense the classical families of Hermite, Laguerre and Jacobi [1, 2]. The weight function is a classical weight divided by a polynomial with zeros outside the interval of orthogonality.

In particular, we will show how these families can be obtained from the classical ones by means of an algebraic Darboux transformation [3], a particular class of Darboux transformations that preserves the polynomial character of the eigenfunctions [4]. Exceptional orthogonal polynomials have zeros in the interval of orthogonality (regular zeros) plus some extra zeros outside this region (exceptional zeros). We will show some interlacing properties and asymptotic behaviour for both types of zeros [5]. Higher order or Darboux-Crum transformations can also be used to generate new families of exceptional orthogonal polynomials [6] and we will comment on a recently launched conjecture [7] that would pave the way towards a full classification of the whole class.

Keywords: orthogonal polynomials, differential equations, Darboux transformations

MSC 2010: Primary 33C45; Secondary 34B24, 42C05.

References

- [1] D.GÓMEZ-ULLATE, N. KAMRAN AND R. MILSON, An extension of Bochner's problem: Exceptional invariant subspaces. *J. Approx. Theory* **162**, 987–1006 (2010).
- [2] D.GÓMEZ-ULLATE, N. KAMRAN AND R. MILSON, An extended class of orthogonal polynomials defined by a Sturm-Liouville problem. *J. Math. Anal. Appl.* **359**, 352–367 (2009).
- [3] D.GÓMEZ-ULLATE, N. KAMRAN AND R. MILSON, Exceptional orthogonal polynomials and the Darboux transformation. *J. Phys. A* **43**, 434016 (2010).

- [4] D.GÓMEZ-ULLATE, N. KAMRAN AND R. MILSON, The Darboux transformation and algebraic deformations of shape-invariant potentials. *J. Phys. A* **37**, 1789–1804 (2004).
- [5] D.GÓMEZ-ULLATE, F. MARCELLÁN AND R. MILSON, Asymptotic properties of the zeros of exceptional Jacobi and Laguerre polynomials. *J. Math. Anal. Appl.* **399**, 480–495 (2013).
- [6] D.GÓMEZ-ULLATE, N. KAMRAN AND R. MILSON, Two-step Darboux transformations and exceptional Laguerre polynomials. *J. Math. Anal. Appl.* **387**, 410–418 (2012).
- [7] D.GÓMEZ-ULLATE, N. KAMRAN AND R. MILSON, A conjecture on exceptional orthogonal polynomials. *Found. of Comput. Math.* DOI 10.1007/s10208-012-9128-6, 1–52 (2013).

Departamento de Física Teórica II
 Universidad Complutense de Madrid
 Plaza de las Ciencias, 3. 28040 Madrid
 dgullate@fis.ucm.es

Vector-valued inequalities for fractional integrals associated to Jacobi and Laguerre polynomials

Luz Roncal¹

We study fractional integral operators associated with Jacobi and Laguerre polynomials. Both frameworks can be described in a unified way as follows. The systems of polynomials considered are orthogonal in the corresponding $L^2(X, d\mu)$ spaces, where $X \subset \mathbb{R}$ and μ are suitable measures. Given $\sigma > 0$, the fractional integral of a function $f \in L^2(X, d\mu)$ can be written as an integral operator, which we denote by I_σ , as

$$I_\sigma f(x) = \int_X K_\sigma(x, y) f(y) d\mu(y),$$

where the kernel $K_\sigma(x, y)$ is the *potential kernel*. This potential kernel can be expressed in terms of the Poisson kernel or heat kernel defined in the corresponding Jacobi or Laguerre setting, respectively.

We obtain bounds for the potential kernels which are **explicit** in the type parameters of Jacobi or Laguerre polynomials. This fact allows us to get vector-valued extensions for the fractional integrals in both settings. We apply our result in the Jacobi case to analyze fractional integrals on certain compact Riemannian manifolds.

Joint with Ó. Ciaurri and P. R. Stinga.

Keywords: Fractional integral, Jacobi expansions, Laguerre expansions, vector-valued inequalities, analysis on compact Riemannian symmetric spaces of rank one

MSC 2010: 42C10, 58J05

References

- [1] Ó. CIAURRI; L. RONCAL, Vector-valued extensions for fractional integrals of Laguerre expansions. *Preprint 2012*.
- [2] Ó. CIAURRI; L. RONCAL; P. R. STINGA, Fractional integrals on compact Riemannian symmetric spaces of rank one. *Preprint 2012*. [arXiv:1205.3957v1](https://arxiv.org/abs/1205.3957v1).

¹Departamento de Matemáticas y Computación
Universidad de La Rioja
Edificio J. L. Vives, C/ Luis de Ulloa s/n
`luz.roncal@unirioja.es`

On two variable Koornwinder polynomials and three term relations

Misael E. Marriaga Castillo¹, Teresa E. Pérez², Miguel A. Piñar²

When polynomials in d variables are expressed in vector form ([1]), they satisfy exactly d three term relations with matrix coefficients. In this work we consider the Koornwinder's method ([3]) to construct orthogonal polynomials in two variables from orthogonal polynomials in one variable, and we study the two three term relations for these polynomials. We deduce the explicit expression for the matrix coefficients using the three term recurrence relation for the involved univariate orthogonal polynomials. These matrices are diagonal or tridiagonal with entries computable from the relations in one variable.

Keywords: Orthogonal polynomials in two variables, three term relations

MSC 2010: 42C05, 33C50

References

- [1] C. F. DUNKL; Y. XU, *Orthogonal polynomials of several variables*. Encyclopedia of Mathematics and its applications 81. Cambridge University Press, Cambridge, 2001.
- [2] L. FERNÁNDEZ; T. E. PÉREZ; M. A. PIÑAR, On Koornwinder classical orthogonal polynomials in two variables. *J. Comput. Appl. Math.* **236**, 3817–3826 (2012).
- [3] T. H. KOORNWINDER, Two variable analogues of the classical orthogonal polynomials, in *Theory and Application of Special Functions*. R. Askey Editor, Academic Press (1975), 435–495.

¹Departamento de Matemáticas
Universidad Carlos III de Madrid
Avenida de la Universidad, 30
28911, Leganés, Madrid (Spain)
mmarriag@math.uc3m.es

²Departamento de Matemática Aplicada
Facultad de Ciencias
Universidad de Granada
18071. Granada (Spain)
tperez@ugr.es, mpinar@ugr.es

On orthogonal polynomials with respect to a differential operator

Jorge Alberto Borrego Morell¹

We consider orthogonal polynomials with respect to a linear differential operator

$$L^{(M)} = \sum_{k=0}^M \rho_k(z) \frac{d^k}{dz^k},$$

where $\{\rho_k\}_{k=0}^M$ are complex polynomials such that $\deg[\rho_k] \leq k, 0 \leq k \leq M$, with equality for at least one index. We analyze the uniqueness and zero location of these polynomials. An interesting phenomena occurring in this kind of orthogonality is the existence of operators for which the associated sequence of orthogonal polynomials reduces to a finite set. For a given operator, we find a classification of the measures for which it is possible to guarantee the existence of an infinite sequence of orthogonal polynomials, in terms of a linear system of difference equations with varying coefficients. Also, for the case of a first order differential operator, we locate the zeros and establish the strong asymptotic behavior of these polynomials.

Keywords: Orthogonal polynomials, linear differential operators, zero location, asymptotic behavior.

MSC 2010: 42C05, 47E05

References

- [1] A. Aptekarev, G. López Lagomasino and F. Marcellán, Orthogonal polynomials with respect to a differential operator, existence and uniqueness. Rocky Mountain J. Math., **32**, 467–481 (2002).
- [2] J. Borrego, On orthogonal polynomials with respect to a class of differential operators, Submitted.

¹Departamento de Matemáticas
Universidad Carlos III de Madrid
Avda. de La Universidad 30, 28911
jborrego@math.uc3m.es

Orthogonal polynomials in the normal matrix model

Arno Kuijlaars¹

The normal matrix model is a random matrix model defined on complex matrices. The eigenvalues in this model fill a two-dimensional region in the complex plane as the size of the matrices tends to infinity. Orthogonal polynomials with respect to a planar measure are a main tool in the analysis.

In many interesting cases, however, the orthogonality is not well-defined, since the integrals that define the orthogonality are divergent. I will present a way to re-define the orthogonality in terms of a well-defined Hermitian form. This reformulation allows for a Riemann-Hilbert characterization as multiple orthogonal polynomials. For the special case of a cubic potential it is possible to do a complete steepest descent analysis on the Riemann-Hilbert problem, which leads to strong asymptotics of the multiple orthogonal polynomials, and in particular to the two-dimensional domain where the eigenvalues are supposed to accumulate.

This is joint work with Pavel Bleher (Indianapolis).

Keywords: Multiple orthogonal polynomials, Random matrices, Laplacian growth

MSC 2010: 42C05, 15B52, 31A35

References

- [1] P.M. BLEHER; A. KUIJLAARS, Orthogonal polynomials in the normal matrix model with a cubic potential, *Adv. Math.* **230**, 1272–1321 (2012).

¹Department of Mathematics, KU Leuven
Celestijnenlaan 200 B, 3001 Leuven, Belgium
arno.kuijlaars@wis.kuleuven.be

Integral representations of some Hermite type matrix-valued kernels and non-commutative Painlevé equations

Mattia Cafasso¹, Manuel Domínguez de la Iglesia²

We study double integral representations of kernels associated with some examples of Hermite type matrix-valued orthogonal polynomials. We show that these kernels are related through the Its-Izergin-Korepin-Slavnov (IIKS) theory with a certain Riemann-Hilbert problem. After an appropriate transformation, we obtain a Lax pair whose compatibility conditions lead to a non-commutative version of the Painlevé IV nonlinear differential equation.

Keywords: Matrix-valued orthogonal polynomials, Non-commutative Painlevé equations

MSC 2010: 31B10, 34M55

¹LUNAM Université, LAREMA
Université d'Angers
2 Boulevard Lavoisier, 49100 Angers, France
cafasso@math.univ-angers.fr

²Departamento de Análisis Matemático
Universidad de Sevilla
Apdo (P. O. BOX) 1160, 41080 Sevilla, Spain
mdi29@us.es

Matrix difference and q -difference operators having orthogonal polynomials as eigenfunctions.

Ana Martínez de los Ríos¹

In the last decade a huge amount of examples of matrix orthogonal polynomials (MOP) which are eigenfunctions of second order differential operators with matrix polynomial coefficients has been constructed, [1]. In this talk we consider difference and q -difference operators:

$$D(P(x)) = P(x+1)F_1(x) + P(x)F_0(x) + P(x-1)F_{-1}(x),$$

$$D_q(P(x)) = P(qx)G_1(x) + P(x)G_0(x) + P(q^{-1}x)G_{-1}(x)$$

where F_{-1} , F_0 y F_1 are matrix polynomials in x and G_{-1} , G_0 y G_1 are matrix polynomials in x^{-1} , all of them of degree at most 2.

In the study of MOP being eigenvalues of such operators, the key concept is that of symmetry between an operator and a weight matrix W , [2]. We will establish sufficient conditions that assure the symmetry of an operator D (respectively D_q) with respect to a weight matrix W . A method to construct weight matrices having difference operators (respectively q -difference) will be shown as well as some of the examples constructed with these methods.

Keywords: Matrix valued orthogonal polynomials, difference and q -difference operators.

MSC 2010: 47B39, 33C45, 42C05

References

- [1] A. J. DURÁN; F. A. GRÜNBAUM, A survey on orthogonal matrix polynomials satisfying second order differential equations. *J. Comput. Appl. Math.* **178**(1-2), 169–190 (2005).
- [2] A. J. DURÁN, The algebra of difference operators associated to a family of orthogonal polynomials. *J. Comput. Appl. Math.* **164**(5), 586–610 (2012).
- [3] R. ÁLVAREZ-NODARSE; A. J. DURÁN; A. M. DE LOS RÍOS, Orthogonal matrix polynomials satisfying second order difference equations. *Preprint*

¹Análisis Matemático
Universidad de Sevilla
Av. Reina Mercedes, s/n. 41120
amdelosrios@us.es

Convergence of tipe II Hermite-Padé approximants.

U. Fidalgo¹, G. López Lagomasino², S. Medina Peralta³

Let $(s_1, \dots, s_m) = \mathcal{N}(\sigma_1, \dots, \sigma_m)$ be a Nikishin system and Δ_1 be the convex hull of $\text{supp}(\sigma_1)$. Let $(r_1, \dots, r_m)$ be rational functions such that $r_k(\infty) = 0$ and the poles of r_k lie in $\mathcal{C} \setminus \Delta_1$, for all $k = 1, \dots, m$. We study the convergence of the diagonal sequence of type II Hermite-Padé approximants associated to the system of functions $(f_1, \dots, f_m)$ where $f_k(z) = \int \frac{ds_k(x)}{z-x} + r_k$, $k = 1, \dots, m$.

Keywords: Nikishin system, Type II Hermite-Padé approximants

MSC 2010: 30E10, 41A21, 42C05

References

- [1] U. FIDALGO; G. LÓPEZ LAGOMASINO, Nikishin system are perfect. *Construtive Approx.* **volumen**(34 (2011)), 297-356
- [2] A. BRANQUINHO; U. FIDALGO; A. FOULQUIÉ MORENO, An extension of Markov's Theorem. *Proceeding of American Mathematical Society.* (2012) (accepted)

¹Department of Mathematics
Universidad Carlos III de Madrid
Avenida de la Universidad 30, 28911, Leganés, Madrid, Spain.
ufidalgo@math.uc3m.es

²Department of Mathematics
Universidad Carlos III de Madrid
Avenida de la Universidad 30, 28911, Leganés, Madrid, Spain.
lago@math.uc3m.es

³Department of Mathematics
Universidad Carlos III de Madrid
Avenida de la Universidad 30, 28911, Leganés, Madrid, Spain.
smedina@math.uc3m.es

On the computation of orthogonal rational functions

Bernhard Beckermann¹, Karl Deckers¹ & Miroslav Pranić²

Several techniques are known to compute a new orthogonal polynomial φ_{k+1} of degree $k + 1$ from $\mathcal{L}_k := \text{span}\{\varphi_0, \dots, \varphi_k\}$ in case of (discrete) orthogonality on the real line. In the Arnoldi approach one chooses $\Phi_k \in \mathcal{L}_k$ and makes $x\Phi_k$ orthogonal against $\varphi_0, \dots, \varphi_k$. By taking as Φ_k a linear combination of φ_k and the kernel (or GMRES) polynomial $\psi_k(x) = \sum_{j=0}^k \varphi_j(0)\varphi_j(x)$, one needs to orthogonalize only against $\varphi_{k-2}, \varphi_{k-1}, \varphi_k$, and obtains what in numerical linear algebra is called Orthores, Orthomin or SymLQ [1]. A construction of an orthogonal basis of rational Krylov subspaces for given prescribed poles z_j can be done via orthogonal rational functions (ORF) [2], and is required for instance in the approximate computation of matrix functions. Here, following [4], the choice of the continuation vector Φ_k which is multiplied by $x/(x - z_{k+1})$ becomes essential, for instance for preserving orthogonality in a numerical setting. By generalizing the techniques of [2, 3], we compare several approaches and find optimal ones.

Keywords: orthogonal rational functions, rational Arnoldi, continuation vector

MSC 2010: 65F25, 42C05

References

- [1] C. Brezinski, H. Sadok, Lanczos-type algorithms for solving systems of linear equations, *Appl. Num. Math* **11** (1993) 443-473.
- [2] K. Deckers, *Orthogonal Rational Functions: Quadrature, Recurrence and Rational Krylov*, KU Leuven (2009).
- [3] M.S. Pranić and L. Reichel, Recurrence relations for orthogonal rational functions, *Numer. Math.* (2013).
- [4] A. Ruhe, Rational Krylov algorithms for nonsymmetric eigenvalue problems. In G. Golub, A. Greenbaum, and M. Luskin, editors, *Recent Advances in Iterative Methods*, IMA Volumes in Mathematics and its Applications 60, pages 149-164. Springer-Verlag, New York, 1994.

¹Laboratoire Painlevé UMR8524, UFR Mathématiques
Université de Lille 1
59655 Villeneuve d'Ascq, France
`{bbecker,deckers}@math.univ-lille1.fr`

²Department of Mathematics and Informatics, Faculty of Science
University of Banja Luka
M. Stojanovića 2, Banja Luka, R. Srpska, Bosnia and Herzegovina
`pranic77m@yahoo.com`

A Riemann-Hilbert problem for sequences of orthogonal Laurent polynomials

Ruymán Cruz-Barroso¹

In this talk, some important algebraic aspects in the theory of orthogonal Laurent polynomials, such as the three-term recurrence relation, the Christoffel-Darboux or the Liouville-Ostrogradski formulae, are revisited from the Riemann-Hilbert window. These topics are considered for general ordered Laurent polynomial sequences, and not only for the usual “balanced” cases. In addition, the connection with Szegő polynomials (orthogonal polynomials in the unit circle) is explored.

The content is a part of a joint work with Ramón Orive Ángel and Carlos Díaz Mendoza.

Keywords: Riemann-Hilbert problem, orthogonal Laurent polynomials, three-term recurrence relation, Szegő polynomials.

MSC 2010: 42C05, 35Q15

¹Departamento de Análisis Matemático
Universidad de La Laguna
Avenida Astrofísico Francisco Sánchez, s/n. 38071. La Laguna
rcruzb@ull.es

Rational quadrature formulas on the interval and the unit circle

Francisco José Perdomo Pío¹

Let μ be a measure on the interval $I = [-1, 1]$ and the integral

$$J_\mu(f) = \int_I f(x) d\mu(x), \quad (1)$$

where $J_\mu(f)$ will be estimated by means of quadrature formula on I ,

$$J_n^\mu(f) = \sum_{j=1}^n \lambda_j f(x_j). \quad (2)$$

In the other hand, let $\dot{\mu}$ be a measure on the unit circle $\mathbb{T} = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$ and the integral

$$I_{\dot{\mu}}(f) = \int_{\mathbb{T}} g(z) d\dot{\mu}(z), \quad (3)$$

where $I_{\dot{\mu}}(f)$ will be estimated by means of a quadrature formula on $\mathbb{T}$,

$$I_n^{\dot{\mu}}(f) = \sum_{j=1}^n \dot{\lambda}_j g(z_j). \quad (4)$$

When the functions f or g have polar singularities, is usual to choose the weights and the nodes in the quadrature formula, so that exact integrate in certain spaces of rational functions.

The aim of this talk, is to relate the integrals (1) and (3), and also the corresponding rational quadrature fórmulas (2) and (4). One or more nodes can be prefixed. In this way, we can enrichment the theory of Orthogonality and quadratures in both directions.

Keywords: Quadrature formulas, Orthogonality, Rational functions

MSC 2010: 42C05, 65D32

References

- [1] A. BULTHEEL; R. CRUZ-BARROSO; P. GONZÁLEZ-VERA; F. PERDOMO-PÍO, Computation of Gauss-type quadrature rules with some preassigned nodes. *Jaen, Journal of Approximation* **2**(2), 163–191 (2010).
- [2] A. BULTHEEL; R. CRUZ-BARROSO; K. DECKERS; F. PERDOMO-PÍO, Positive rational interpolatory quadrature formulas on the unit circle and the interval. *Appl. Numer. Math.* **60**, 1286–1299 (2010).
- [3] A. BULTHEEL; K. DECKERS; F. PERDOMO-PÍO, Rational Gauss-Radau and rational Szegő-Lobatto quadrature on the interval and the unit circle respectively. *Jaen, Journal of Approximation* **3**(1), 15–66 (2011).
- [4] A. BULTHEEL; P. GONZÁLEZ-VERA; E. HENDRIKSEN; O. NJÅSTAD, *Orthogonal rational functions*. Cambridge Monographs on Applied and Computational Mathematics, Vol. 5, Cambridge University Press, 1999.

¹Departamento de Análisis Matemático
Universidad de La Laguna
Avenida Astrofísico Francisco Sánchez, s/n. 38071. La Laguna
fjppio@ull.es

Nuevos desarrollos en serie de las funciones hipergeométricas ${}_{p+1}F_p$

José L.López¹, Pedro J. Pagola¹

Para evaluar las funciones hipergeométricas ${}_2F_1$ y ${}_3F_2$ podemos utilizar desarrollos en series de potencias. Estos desarrollos no son convergentes en todo el plano complejo. En el caso de la función hipergeométrica de Gauss, los puntos $e^{\pm i\pi/3}$ están excluidos siempre de los dominios de convergencia de los diferentes desarrollos conocidos. En el caso de la función ${}_3F_2$, el desarrollo en potencias que aparece en su definición únicamente converge en el disco unidad. En este trabajo hemos obtenido nuevos desarrollos de ambas funciones en serie de potencias convergentes en dominios mas amplios que los existentes hasta ahora. Además esta técnica es aplicable no solo a estas 2 funciones, sino a todas las funciones hipergeométricas generalizadas de la forma ${}_{p+1}F_p$.

Keywords: Gauss Hypergeometric Function, Hypergeometric Function ${}_3F_2$, Generalized Hypergeometric Functions ${}_{p+1}F_p$, Approximation by rational functions

MSC 2010: 33C05; 41A58; 41A20, 65D20

¹Departamento de Ingeniería Matemática e Informática
Universidad Pública de Navarra
31006-Pamplona, Spain
jl.lopez@unavarra.es, pedro.pagola@unavarra.es

S4

Matemática Discreta

Jue 24, 17:00 - 18:00, Aula 3 – Gabor Lugosi:

Sobre la conectividad de algunos grafos aleatorios geométricos

Jue 24, 18:00 - 18:30, Aula 3 – José Ramón Portillo:

Grafos para la Mecánica Cuántica

Jue 24, 18:30 - 19:00, Aula 3 – Ignasi Sau:

Optimal Erdős-Pósa property for pumpkins

Jue 24, 19:00 - 19:30, Aula 3 – Juan Tena:

Curvas elípticas con $j = 0, 1728$ y grado de inmersión pequeño

Vie 25, 11:00 - 12:00, Aula 3 – María Angeles Hernández Cifre:

The Wills functional in the Geometry of Numbers

Vie 25, 12:00 - 12:30, Aula 3 – Sergio Cabello:

The Clique Problem in Ray Intersection Graphs

Vie 25, 12:30 - 13:00, Aula 3 – David Orden:

On the Fiedler value of large planar graphs

Vie 25, 13:00 - 13:30, Aula 3 – Pablo Soberón:

Particiones balanceadas de medidas en $\mathbb{R}^d$

Vie 25, 17:00 - 18:00, Aula 3 — Javier Cilleruelo:

Sucesiones de Sidon infinitas

Vie 25, 18:00 - 18:30, Aula 3 — Albert Atserias:

Semi-Algebraic Constraints, Gaussian Elimination, and Short Proofs of Unsatisfiability

Vie 25, 18:30 - 19:00, Aula 3 — Anna Lladó:

Algunas conjeturas sobre descomposiciones de grafos

Vie 25, 19:00 - 19:30, Aula 3 — Lander Ramos:

Núcleos planos aleatorios

Sobre la conectividad de algunos grafos aleatorios geométricos

Nicolas Broutin¹, Luc Devroye², Nicolas Fraiman², Gábor Lugosi³

En esta charla se estudian las propiedades de conectividad del siguiente modelo de grafos aleatorios geométricos, denominados “redes de irrigación” o “grafos Bluetooth”. El grafo depende de dos parámetros: $r > 0$ y el número entero positivo c . Los vértices del grafo están representados por n puntos aleatorios distribuidos uniformemente en $[0, 1]^d$. Primero se forma un grafo aleatorio geométrico conectando los pares de puntos cuya distancia es menor que r . En el segundo paso de construcción cada vértice elige c de sus vecinos al azar, así se forman las aristas del grafo. Presentamos varias condiciones sobre los valores de los parámetros r y c que garantizan la conectividad del grafo con alta probabilidad.

Keywords: grafos aleatorios geométricos, conectividad

MSC 2010: 05C80

¹INRIA París, Francia
`Nicolas.Broutin@inria.fr`

²School of Computer Science
McGill University
Montreal, Canada
`luc@cs.mcgill.ca`, `fraiman@math.mcgill.ca`

³ICREA y Universidad Pompeu Fabra
Barcelona
`gabor.lugosi@upf.edu`

Grafos para la Mecánica Cuántica

José Ra. Portillo Fernández¹

En este trabajo presentamos algunas aplicaciones de la Teoría de Grafos a la Mecánica Cuántica tales como entrelazamiento de estados-grafo [1] y correlaciones contextuales [2]. Para ello se hace uso de distintos parámetros numéricos (número de independencia, ϑ de Lovász, número de Rosenfeld, número de intersección, rango ortogonal y número e índice cromáticos, entre otros) exponiendo el significado de estos en relación con los valores máximos de correlación clásicos, cuánticos y genéricos en un experimento y las dimensiones mínimas de los espacios asociados al mismo. Finalmente expondremos una aplicación de ambas disciplinas al estudio de las redes sociales [3].

Keywords: Teoría de grafos, Mecánica cuántica

MSC 2010: 05C17, 05C62, 05C69, 05C72, 05C76, 81P13, 81P15, 81P40, 81Q99, 91D30, 81-05

Referencias

- [1] A. CABELLO, L. E. DANIELSEN, A. LÓPEZ-TARRIDA Y J.R. PORTILLO, Optimal preparation of graph states. *Physical Review A* **84**(4)042314, (2011).
- [2] E. AMSELEM, L.E. DANIELSEN, A. LÓPEZ-TARRIDA, M. BOURENNANE, J.R. PORTILLO Y A. CABELLO., Experimental fully contextual correlations. *Physical Review Letters* **108**(200405), (2012).
- [3] A. CABELLO, L. E. DANIELSEN, A. J. LÓPEZ-TÁRRIDA, AND JOSÉ R. PORTILLO., Quantum Social Networks. *J. Phys. A: Math. Theor* **45**(285101), (2012).

¹Matemática Aplicada 1
Universidad de Sevilla
E.T.S. Ing. Informática. Desp. B2-60
Avda Reina Mercedes s/n
41012 Sevilla
josera@us.es

Optimal Erdős-Pósa property for pumpkins

Samuel Fiorini¹, Gwenaél Joret² and Ignasi Sau³

A class of graphs $\mathcal{H}$ satisfies the *Erdős-Pósa property* if there exists a function f such that, for every integer k and every graph G , either G contains k vertex-disjoint subgraphs each isomorphic to a graph in $\mathcal{H}$, or there is a set $S \subseteq V(G)$ of at most $f(k)$ vertices such that $G \setminus S$ has no subgraph in $\mathcal{H}$. Erdős and Pósa [2] proved that the set of all cycles satisfies this property with $f(k) = O(k \log k)$. Given a connected graph H , let $\mathcal{M}(H)$ be the class of graphs that can be contracted to H . Robertson and Seymour [5] proved that $\mathcal{M}(H)$ satisfies the Erdős-Pósa property if and only if H is planar. The best general upper bound for the function f is super-exponential [1], so it is interesting to find a smaller function for particular cases of the planar graph H . The *c-pumpkin* is the graph with two vertices linked by $c \geq 1$ parallel edges, and can be seen as a natural generalization of a cycle. Very recently, Fomin *et al.* [4] proved that the graphs that can be contracted to the *c-pumpkin* satisfy the Erdős-Pósa property with $f(k) = O(k^2)$. Using completely independent techniques, we improve this function to $f(k) = O(k \log k)$, which is asymptotically optimal [2, 3].

Keywords: Erdős-Pósa property; packing and covering; planar graphs; graph minors.

MSC 2010: 05C70, 05C83.

References

- [1] R. DIESTEL, *Graph Theory*. volume 173. Springer-Verlag, 2005.
- [2] P. ERDŐS; L. PÓSA, On independent circuits contained in a graph. *Canadian Journal of Mathematics* **17**, 347–352 (1965).
- [3] S. FIORINI; G. JORET; D. R. WOOD, Excluded forest minors and the Erdős-Pósa property. Manuscript available at <http://arxiv.org/abs/1204.5192> (2012).
- [4] F. V. FOMIN; D. LOKSHTANOV; N. MISRA; G. PHILIP; S. SAURABH, Quadratic Upper Bounds on the Erdős-Pósa property for a generalization of Packing and Covering cycles. Manuscript available at <http://neeldhara.com/content/02-publications/FominLMPS2012.pdf>, to appear in *Journal of Graph Theory* (2012).

- [5] N. ROBERTSON; P. D. SEYMOUR, Graph Minors. V. Excluding a Planar Graph.
Journal of Combinatorial Theory, Series B **41**(1), 92–114 (1986).

¹Département de Mathématique
Université Libre de Bruxelles
Brussels, Belgium
sfiorini@ulb.ac.be

²Département d’Informatique
Université Libre de Bruxelles
Brussels, Belgium
gjoret@ulb.ac.be

³AlGCo project-team
CNRS, LIRMM
Montpellier, France
sau@lirmm.fr

Curvas elípticas con $j = 0, 1728$ y grado de inmersión pequeño

Juan Tena Ayuso¹

Sea E una curva elíptica definida sobre un cuerpo finito F_q , y sea l el máximo orden de un subgrupo cíclico $\langle P \rangle$ de orden primo (y diferente de la característica del cuerpo) de $E(F_q)$. Se denomina grado de inmersión de E al mínimo entero natural k para el que se verifica una de las condiciones equivalentes siguientes:

1. $l | q^k - 1$
2. $F_{q^k}^*$ contiene un subgrupo cíclico de orden l .

Los sistemas criptográficos basados en el problema del logaritmo discreto sobre curvas elípticas con k pequeño son vulnerables (ataques MOV y FR), por lo que son desaconsejables para la implementación de tales sistemas. Sin embargo curvas con grado de inmersión pequeño son necesarias para la Criptografía basada en pairings. Las curvas elípticas supersingulares tienen grados de inmersión $k = 1, 2, 3, 4, 6$ mientras las ordinarias tienen, en general, grado muy grande.

Aplicación distorsión para un punto $P \in E(F_q)$ (generalmente de orden l , máximo divisor primo del orden de E) es un endomorfismo σ de E , definido sobre F_{q^k} , tal que los puntos $P, \sigma(P)$ son linealmente independientes (lo que implica que $e(P, \sigma(P)) \neq 1$ (donde e denota el pairing de Weil), condición deseable en la Criptografía basada en dicho pairing. Las curvas supersingulares admiten siempre una tal aplicación distorsión mientras que las curvas elípticas ordinarias solo la admiten cuando $k = 1$ y $E(F_q)$ contiene todos los puntos de l -torsión de E .

Se clasifican todas las curvas elípticas supersingulares con $j = 0, 1728$ definidas sobre un cuerpo finito F_q y se explicita en cada caso su grado de inmersión y una aplicación distorsión. Asimismo se muestran algunos casos de curvas ordinarias con tal invariante j y grado de inmersión pequeño y, en su caso, una aplicación distorsión.

Keywords: elliptic curves, j -invariant, pairings, embedding degree, distortion map

MSC 2010: 14H52; 94A60; 14G50

¹Departamento de Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología
Universidad de Valladolid
Facultad de Ciencias, Paseo de Belén 7, 47011 Valladolid
tena@agt.uva.es

The Wills functional in the Geometry of Numbers

María A. Hernández Cifre
(joint work with Jesús Yepes Nicolás)¹

In 1973, J. M. Wills introduced and studied the functional

$$W(\lambda K) = \sum_{i=0}^n V_i(K) \lambda^i$$

for a convex body K (compact and convex set) of the n -dimensional Euclidean space. Here, $V_i(K)$ represents the so-called *i -th intrinsic volume* of K , i.e., the $(n - i)$ -th coefficient (up to a constant) of the Steiner polynomial which is obtained when the volume $\text{vol}(K + \lambda B_n)$ is computed. Wills was mainly interested in its possible relation with the lattice-point enumerator of K , $G(K) = \#(K \cap \mathbb{Z}^n)$, and conjectured that $G(K) \leq W(K)$ for any convex body K . (Un)fortunately, it turned out to be not always true, which has led to an increasing interest in this problem.

In this talk I will present a brief survey on the classical results on this topic, showing families of convex bodies for which the above conjecture holds as well as counterexamples. Then I will focus mainly in the geometric properties of the roots of the Wills functional, when it is considered as a formal polynomial in a complex variable. Its roots turn out to be closely related with another important concept in Discrete Geometry: the successive minima of a convex body with respect to a lattice.

¹Departamento de Matemáticas,
Universidad de Murcia,
Campus de Espinardo, 30100-Murcia, Spain
mhcifre@um.es

The Clique Problem in Ray Intersection Graphs

Sergio Cabello¹, Jean Cardinal², Stefan Langerman²

Ray intersection graphs are intersection graphs of rays, or halflines, in the plane. We show that any planar graph has an even subdivision whose complement is a ray intersection graph. The construction can be done in polynomial time and implies that finding a maximum clique in a segment intersection graph is NP-hard. This solves a 21-year old open problem posed by Kratochvíl and Nešetřil.

Keywords: Intersection graph, segment graph, planar graph, even subdivision

MSC 2010: 05C62, 68Q17

¹Department of Mathematics, FMF
University of Ljubljana
Ljubljana, Slovenia
`sergio.cabello@fmf.uni-lj.si`

²Computer Science Department
Université Libre de Bruxelles (ULB)
Brussels, Belgium
`{jcardin, slanger}@ulb.ac.be`

On the Fiedler value of large planar graphs

Lali Barrière¹
Clemens Huemer¹
Dieter Mitsche¹
David Orden²

The Fiedler value λ_2 , also known as algebraic connectivity, is the second smallest Laplacian eigenvalue of a graph. We study the maximum Fiedler value among all planar graphs G with n vertices, denoted by $\lambda_{2\max}$, and we show the bounds $2 + \Theta(\frac{1}{n^2}) \leq \lambda_{2\max} \leq 2 + O(\frac{1}{n})$. We also provide bounds on the maximum Fiedler value for the following classes of planar graphs: Bipartite planar graphs, bipartite planar graphs with minimum vertex degree 3, and outerplanar graphs. Furthermore, we derive almost tight bounds on $\lambda_{2\max}$ for two more classes of graphs, those of bounded genus and K_h -minor-free graphs.

Keywords: Fiedler value, algebraic connectivity, Laplacian matrix, planar graph, bounded-genus graph, minor-free graph.

MSC 2010: 05C50

¹Departament de Matemàtica Aplicada IV
Universitat Politècnica de Catalunya
{lali,clemens,dieter.mitsche}@ma4.upc.edu

²Departamento de Física y Matemáticas
Universidad de Alcalá
david.orden@uah.es

Particiones balanceadas de medidas en $\mathbb{R}^d$

Pablo Soberón¹

En esta plática hablaremos sobre una generalización de un teorema clásico de Stone-Tukey [1] (conocido comunmente como el teorema del sándwich de jamón). Dado un entero positivo k y d medidas de probabilidad “buenas” $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_d$ en $\mathbb{R}^d$, demostraremos que es posible partir $\mathbb{R}^d$ en k conjuntos convexos $C_1, C_2, \dots, C_k$ de tal forma que $\mu_i(C_j) = \frac{1}{k}$ para todo i y todo j . El caso $k = 2$ es el teorema del sándwich de jamón.

Keywords: Conjuntos convexos, Particiones de medidas, Borsuk-Ulam

MSC 2010: 52A38, 28A75

Referencias

- [1] A.H. STONES; J.W. TUKEY, Generalized “sandwich” theorems. *Duke Mathematical Journal* **9**(2), 356–359 (1942).

¹Department of Mathematics
University College London
Gower Street, WC1E 6BT London
pablo.soberon@ciencias.unam.mx

Sucesiones de Sidon infinitas

Javier Cilleruelo¹

S. Sidon preguntó a Erdős en 1932 sobre el crecimiento de sucesiones de enteros positivos con la propiedad de que todas las sumas de dos elementos de la sucesión son distintas. Erdős, que celebraría este año su centenario, llamó sucesiones de Sidon a estas sucesiones y fueron un tema recurrente en su investigación hasta que nos abandonase en busca de “El Libro”.

El crecimiento de una sucesión infinita A se mide por el tamaño de su función contadora $A(x) = |A \cap [1, x]|$. Erdős observó que la sucesión avariciosa (se empieza en 1 y cada término se define como el menor que se puede añadir a la sucesión que no viole la condición de ser de Sidon) satisface que $A(x) > x^{1/3}$. Esta sucesión fue la más densa conocida hasta que Ajtai, Komlos y Szemerédi [1] demostraron en 1981 la existencia de una sucesión infinita con función contadora $A(x) \gg (x \log x)^{1/3}$. En 1998 I. Ruzsa [3] sorprendió a la comunidad matemática demostrando la existencia de una sucesión de Sidon con $A(x) \gg x^{\sqrt{2}-1+o(1)}$. Tanto la construcción de Ruzsa como la de Szemerédi y sus colaboradores son construcciones probabilísticas, no explícitas.

En esta charla presentamos la primera construcción explícita de una sucesión infinita de Sidon densa [2]. El crecimiento de esta sucesión es, de hecho, similar al de la sucesión de Ruzsa. Nuestra construcción utiliza un nuevo método, que explicaremos en detalle, basado en el logaritmo discreto. Este método se generaliza bien a las sucesiones B_h , aquellas con la propiedad de que todas las sumas de h elementos de la sucesión son distintas. En particular demostramos, para todo $h \geq 3$, la existencia de una sucesión B_h con función contadora $A(x) \gg x^{\sqrt{(h-1)^2+1}-(h-1)+o(1)}$.

Keywords: Sidon sequences, Discrete logarithm

MSC 2010: 11B13, 05B10

Referencias

- [1] M. AJTAI, J. KOMLÓS, AND E. SZEMERÉDI, A dense infinite Sidon sequence, *European J. Combin.* **2**, 1–11 (1981)
- [2] J. CILLERUELO, Infinite Sidon sequences, *preprint*. Arxiv.
- [3] I. RUZSA, An infinite Sidon sequence, *J. Number Theory* **68** (1) 63–71 (1998).

¹Departamento de Matemáticas y Instituto de Ciencias Matemáticas (ICMAT)
Universidad Autónoma de Madrid
28049-Madrid
`franciscojavier.cilleruelo@uam.es`

Semi-Algebraic Constraints, Gaussian Elimination, and Short Proofs of Unsatisfiability

Albert Atserias¹

Despite impressive recent progress in obtaining conditional complexity-theoretic results, one of the big remaining mysteries is why semi-definite programming appears to be the optimal polynomial-time algorithm for approximating constraint satisfaction problems (CSPs). The lack of a complete understanding is illustrated by the fact that a small generalization of semi-definite programming, the low-degree sum-of-squares method, remains still a candidate algorithm that could beat the UG-optimal Goemans-Williamson bound for max-cut. This raises the obvious question: how powerful low-degree sum-of-squares methods, or more generally low-degree semi-algebraic proofs, really are? A first observation we offer is that low-degree semi-algebraic dag-like proofs, unlike their tree-like versions, are able to simulate both Gaussian elimination over prime fields and bounded-width constraint propagation. Time permitting, we put the question in the more general context of characterizing which CSPs have polynomial-size proofs of unsatisfiability in a given proof system.

Keywords: Constraint satisfaction problem, semi-definite programming, maximum cut

MSC 2010: 68Q17 Computational difficulty of problems, 05C85 Graph algorithms

¹Department de Llenguatges i Sistemes Informàtics
Universitat Politècnica de Catalunya
Jordi Girona Salgado 1-3, 08034 Barcelona
atserias@lsi.upc.edu

Algunas conjeturas sobre descomposiciones de grafos

Anna Lladó¹

El objeto de la charla es describir algunos avances recientes en conjeturas sobre descomposiciones de grafos que llevan cerca de medio siglo abiertas. La conjetura de Ringel, de 1967, dice que las aristas de un grafo completo de orden impar $2m + 1$ se pueden descomponer en copias isomorfas de un árbol arbitrario de m aristas. Una versión bipartita fué formulada en 1983 por Graham y Häggkvist, en el sentido que las aristas del grafo bipartito completo $K_{m,m}$ se pueden descomponer en copias isomorfas de un árbol dado de m aristas.

Ambas conjeturas estan verificadas para clases sencillas de árboles, como caminos, árboles de diámetro a lo sumo 5 y otras variedades. Por otra parte se consideran resultados aproximados sobre el tamaño mínimo de un grafo completo que admite una descomposición en copias isomorfas de cualquier árbol de m aristas, o el menor árbol en el que se puede sumergir un árbol dado para obtener la descomposición deseada. La aplicación del llamado *método polinomial* de Alon [1] permite obtener este tipo de resultados aproximados a ambas conjeturas [2]. En algunas de estas aplicaciones se requiere que el número de aristas del árbol sea un número primo. Para el caso general se pueden utilizar métodos puramente combinatorios [3] que, aunque algo más débiles, permiten obtener resultados como el siguiente [4]: asintóticamente con alta probabilidad, un árbol de m aristas descompone las aristas del grafo completo $K_{2m,2m}$ y del grafo completo K_{cm^2} para cierta constante absoluta c . Las cotas menores conocidas hasta la fecha requieren órdenes del tipo K_{cm^2,cm^2} y K_{cm^3} .

Keywords: Descomposiciones de grafos, conjetura de Ringel, conjetura de Graham-Häggkvist

MSC 2010: 05C51

Referencias

- [1] N. ALON, Combinatorial Nullstellensatz. *Combinatorics, Probability and Computing* **8** (1999), 7–29.
- [2] M. CÀMARA, A. LLADÓ, J. MORAGAS, On a conjecture of Graham and Häggkvist with the polynomial method. *European J. Combin.* **30** (7) (2009), 1585–1592.

- [3] R. L. HÄGGKVIST, Decompositions of Complete Bipartite Graphs. *Surveys in Combinatorics*, Johannes Siemons Ed., Cambridge University Press (1989), 115–146.
- [4] A. LLADÓ, Almost every tree with n edges decomposes $K_{2n,2n}$. *Electronic Notes in Discrete Mathematics* 38 (2011), 571–574.

¹Departament de matemàtica aplicada 4
Universitat Politècnica de Catalunya
Jordi Girona, 1 , 08034 Barcelona
allado@ma4.upc.edu

Núcleos planos aleatorios

Marc Noy Serrano¹, Lander Ramos Garrido²

En este trabajo utilizaremos técnicas que nos permitan obtener nuevos resultados enumerativos sobre grafos planos. Recientemente ha sido hallada la función generadora que cuenta grafos planos [1], y a partir de ella se han obtenido ciertos resultados sobre parámetros en dichos grafos, como por ejemplo la distribución asintótica de grados [2]. En nuestro trabajo ampliamos el cálculo de parámetros asintótico a otras clases de grafos relacionadas. Principalmente nos centraremos en los 2-núcleos planos, que se definen como los grafos planos conexos que no contienen ningún vértice de grado menor que 2. Para ello definiremos una ecuación que relacione la función generadora obtenida en [1] sobre grafos planos con la función generadora sobre 2-núcleos planos, y a partir de ella obtendremos diversos parámetros asintóticos entre los que se incluyen:

- Número de grafos de un cierto tamaño
- Número esperado de aristas
- Distribución de los grados

Finalmente daremos algunas ideas sobre cómo extender estos resultados a 3-núcleos planos, y exhibiremos algunos resultados obtenidos, así como otros que faltan por obtener.

Keywords: Combinatoria Enumerativa, Teoría de grafos, Funciones generadoras

MSC 2010: 05C30

Referencias

- [1] O. GIMÉNEZ; M. NOY, Asymptotic enumeration and limit laws of planar graphs. *J. Amer. Math. Soc.* 22, 309–329 (2009).
- [2] M. DRMOTA; O. GIMÉNEZ; M. NOY, Degree distribution in random planar graphs. *J. Combin. Theory Ser. A* 118, 2102–2130 (2011).

¹Departamento de Matemática Aplicada II
Universitat Politècnica de Catalunya
Edifici Omega - Campus Nord C/ Jordi Girona, 1-3 CP 08034 BARCELONA
marc.noy@upc.edu

²Departamento de Matemática Aplicada II
Universitat Politècnica de Catalunya
Edifici Omega - Campus Nord C/ Jordi Girona, 1-3 CP 08034 BARCELONA
lander.ramos@upc.edu

S5

Teoría de anillos no conmutativos

Mar 22, 11:00 - 11:25, Aula 8 — Mike Prest:

Superdecomposable pure-injective modules over tubular algebras

Mar 22, 11:30 - 11:55, Aula 8 — Blas Torrecillas:

Frobenius and separable wreath extensions

Mar 22, 12:00 - 12:25, Aula 8 — Manuel Saorín:

Resolving subcategories of modules of finite projective dimension

Mar 22, 12:30 - 12:55, Aula 8 — Manuel Cortés Izurdiaga:

A note on the construction of finitely injective modules

Mar 22, 13:00 - 13:25, Aula 8 — Ramón Antoine:

Regularidad en el semigrupo de Cuntz

Mar 22, 17:00 - 17:25, Aula 8 — Jan Trlifaj:

Approximations and locally free modules

Mar 22, 17:30 - 17:55, Aula 8 — Juan Ramón García Rozas:

Gorenstein homological algebra in the category of discrete modules over profinite groups

Mar 22, 18:00 - 18:25, Aula 8 — Sinem Odabasi:

Locally torsion-free quasi-coherent sheaves

Mar 22, 18:30 - 18:55, Aula 8 — Lutz Strüngmann:
Endomorphisms of $\aleph_n$ -free modules over the p -adic integers

Mar 22, 19:00 - 19:25, Aula 8 — Jose Luis Rodríguez Blancas:
A question about module extensions in the context of homotopical localizations of spaces

Mier 23, 11:00 - 11:25, Aula 8 — Alberto Facchini:
Semilocal categories, local functors and applications

Mier 23, 11:30 - 11:55, Aula 8 — Dolors Herbera:
Inversión height and crossed products

Mier 23, 12:00 - 12:25, Aula 8 — Juan Cuadra:
New examples of Hopf algebras with nonzero integral

Mier 23, 12:30 - 12:55, Aula 8 — Ramón González:
Cohomology of algebras over weak Hopf algebras

Mier 23, 13:00 - 13:25, Aula 8 — Carlos Soneira:
Centralizer constructions and Yetter-Drinfeld modules in a weak context

Mier 23, 17:00 - 17:25, Aula 8 — Sergio López-Permouth:
An alternative perspective on projectivity of modules

Mier 23, 17:30 - 17:55, Aula 8 — Laiachi El Kaoutit:
Morita base change in Hopf-(co)cyclic (co)homology

Mier 23, 18:00 - 18:25, Aula 8 — Mercedes Siles:
Centros de álgebras asociadas a grafos

Mier 23, 18:30 - 18:55, Aula 8 — Jose María Sánchez:
Sobre álgebras de color de Lie split

Mier 23, 19:00 - 19:25, Aula 8 — Pascual Jara:
Koszul pairs

Superdecomposable pure-injective modules over tubular algebras

Mike Prest¹

Let A be a tubular finite-dimensional algebra (over a countable field). It has been known for a long time that such an algebra has Krull-Gabriel dimension ∞ , hence has continuum many indecomposable pure-injective modules (and the finite-dimensional indecomposables account for only countably many of these) but it was an open question whether there are superdecomposable pure-injectives (that is, pure-injective modules without any indecomposable summands). This was answered, positively, by Richard Harland in his PhD thesis [1]. Indeed, he showed that for every positive irrational real number r there is a superdecomposable module of slope r . I will discuss this and give some of the ideas that go into the proof.

Keywords: tubular algebra, superdecomposable pure-injective, pp formula

MSC 2010: 16G20, 03C60

References

- [1] R. HARLAND, *Pure-injective Modules over Tubular Algebras and String Algebras*. University of Manchester, 2011, available at www.maths.manchester.ac.uk/~mprest/publications.html

¹School of Mathematics
University of Manchester
Manchester, M13 9PL, UK
mprest@manchester.ac.uk

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

Frobenius and separable wreath extensions

Daniel Bulacu¹, Blas Torrecillas²

We study Frobenius and separable for algebras in monoidal categories. A wreath is a monad in the Eilenber-Moore category associate to a 2-category. We obtain the characterization of Frobenius and separable for wreath extensions.

Keywords: Frobenius extension, separable extensions, 2-categories, wreath

MSC 2010: 16W30

¹Facultad de Matematicas
Universidad de Bucarest
Bucarest
dbulacu@yahoo.com

²Departamento de Matemáticas
Universidad de Almería
Almería 04071
btorreci@ual.es

Resolving subcategories of modules of finite projective dimension

Lidia Angeleri¹, Manuel Saorín¹

Let R be a Noetherian commutative ring and denote by $Mod - R$ and $mod - R$ its categories of arbitrary and finitely generated modules, respectively. Recent results by Alonso-Jeremías-Saorín [1] and Angeleri-Pospisil-Stovicek-Trlifaj [3] give classifications of the compactly generated t-structures of the derived category $D(R)$ and the (co)tilting classes in the category $Mod - R$. In this talk we will show that, as an application of the first mentioned result, one obtains a classification of the resolving subcategories of $mod - R$ consisting of modules of finite projective dimension. When n is a fixed natural number and one restricts to consider only resolving subcategories of $mod - R$ consisting of modules of projective dimension less or equal than n , then one recovers one of the main results in [3].

Recall that if $\mathcal{A}$ is an abelian category with enough projectives, then a full subcategory $\mathcal{R} \subseteq \mathcal{A}$ is resolving when it contains the projective objects and is closed under taking direct summands, extensions and kernels of epimorphisms. The main result of this talk is the following, where $E_i(R)$ denotes the i -th term of the minimal injective resolution of R :

THEOREM.- There are bijective correspondences between

- (i) resolving subcategories of $mod - R$ with modules of finite projective dimension
- (ii) filtrations by supports Φ with $\Phi(i) = Spec R$ for $i < 0$ and $Ass E_i(R) \cap \Phi(i) = \emptyset$ for $i \geq 0$;
- (iii) compactly generated t-structures $(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ in $\mathcal{D}(R)$ with $R[1]$ in their heart.

We will then connect the theorem with recent results in the same direction by Dao and Takahashi [2] and, if time permits, we will show how the result gives a new perspective on the finitistic dimension of R . In particular, it gives new necessary and sufficient conditions for the finiteness of this dimension.

Keywords: Resolving subcategory, t-structure, filtration by supports

MSC 2010: 13Dxx, 16Exx

References

- [1] ALONSO, L.; JEREMÍAS, A.; SAORÍN, M., Compactly generated t-structures on the derived category of a Noetherian ring. *J. Algebra* **324**, 313-346 (2010).
- [2] DAO, H.; TAKAHASHI, R., Classification of resolving subcategories and grade consistent functions. Classification of resolving subcategories and grade consistent functions. Preprint, available at <http://arxiv.org/pdf/1202.5605v1.pdf> 2012.
- [3] ANGELERI, L.; POSPISIL, D.; STOVÍČEK, J.; TRLIFAJ, J., Tilting, cotilting and spectra of commutative Noetherian rings. To appear in Trans. AMS

¹Dipartimento di Informatica - Settore Matematica
Università degli Studi di Verona
Strada Le Grazie 15, Ca' Vignal 2, I-37134 Verona, Italy
`lidia.angeleri@univr.it`

²Departamento de Matemáticas
Universidad de Murcia
30100 Espinardo, MU, Spain
`msaorinc@um.es`

A note on the construction of finitely injective modules

Pedro A. Guil Asensio¹, Manuel Cortés-Izurdiaga², Blas Torrecillas²

Let R be a ring with unit. A left R -module M is called finitely injective if each finite subset of M is contained in an injective submodule. In the talk, we shall develop a technique to construct finitely injective modules which are non trivial, in the sense that they are not direct sums of injective modules. As a consequence, we shall prove that a ring R is left noetherian if and only if each finitely injective left R -module is trivial, thus answering an open question posed by Salce.

Keywords: Noetherian rings; finitely injective modules

MSC 2010: 16D50, 16D70

¹Departament of Mathematics
University of Murcia
30100 Espinardo, Murcia, Spain.
paguil@um.es

²Departament of Mathematics
University of Almería
E-04071, Almería, Spain.
mizurdia@ual.es
btorreci@ual.es

Regularidad en el Semigrupo de Cuntz

Ramon Antoine¹, Francesc Perera¹, Hannes Thiel²

El estudio y clasificación de C^* -álgebras nucleares, conocido como el programa de clasificación de Elliott, se aplica con éxito dentro de la subcategoría de álgebras $\mathcal{Z}$ -estables donde $\mathcal{Z}$ es el álgebra de Jiang-Su (véase [2] y [3]). Ésta $\mathcal{Z}$ -estabilidad aporta una determinada regularidad al tipo de álgebras que se estudian, evitando así ciertos contraejemplos a la conjetura de Elliott sobre dicha clasificación. A. Toms y W. Winter [4] estudian las C^* -álgebras $\mathcal{D}$ llamadas “strongly self absorbing” que generalizan y tienen propiedades similares a $\mathcal{Z}$ y que a su tiempo dotan también de cierta regularidad las correspondientes familias de álgebras $\mathcal{D}$ -estables.

En la última década, un invariante algebraico, llamada el Semigrupo de Cuntz, ha pasado al frente de dicho programa de clasificación como una herramienta indispensable. Denotado por $\text{Cu}(A)$, pertenece a una categoría de semigrupos (Cu) con una estructura ordenada muy rica. En éste trabajo, y basándonos en ciertas ideas de L. Robert en [1], traducimos la situación anteriormente descrita a la categoría Cu . Aquí, el papel de las álgebras fuertemente auto-absorbentes corresponderá a ciertos semi-anillos, que dotaran a los semigrupos de Cuntz de álgebras $\mathcal{D}$ -estables de una particular estructura de semi-módulo. En éste proceso, aventuramos una posible definición de producto tensorial en la categoría Cu y observamos cómo resultados analíticos disponen de su correspondiente y natural equivalente en Cu .

Keywords: Semigrupo de Cuntz, C^* -álgebra, Teoría K

MSC 2010: 46L06, 46L35, 46L80, 20M10

Referencias

- [1] L. ROBERT, The cone of functionals on the Cuntz Semigroup. *Math. Scand*, 2011.
- [2] X. JIANG Y H. SU, On a simple unital projectionless C^* -algebra. *Amer. J. Math*, **121**, 359–413, (1999).
- [3] A. TOMS, On the Classification Problem for Nuclear C^* -algebras. *Ann. of Math.* (2), **167**(3), 1029–1044, (2008).
- [4] A. TOMS Y W. WINTER, Strongly Self-absorbing C^* -algebras. *Trans. Amer. Math. Soc* **359**(8), 3999–4029 (2007).

¹Department de Matemàtiques, Universitat Autònoma de Barcelona
Edifici C, 08193 Bellaterra

²Department of Mathematical Sciences, University of Copenhagen
Universitetspark 5, 2100 Copenhagen, Denmark

Approximations and locally free modules

Jan Trlifaj¹

In [3], Eklof and Shelah have established a limit to the approximation theory of modules. They have shown that the statement “Whitehead groups form a precovering class” is independent of ZFC. More recently, in [1], [6], and [7], flat Mittag-Leffler modules over countable non-perfect rings were shown not to form a precovering class in ZFC. The latter fact has remarkable consequences for the cohomology of Drinfeld vector bundles, cf. [2] and [4].

By finding a new proof of the main result from [6], we discover a connection of the non-precovering phenomenon with infinite dimensional tilting theory (in the sense of [5, Part III], for example). In particular, we trace the phenomenon to all countable hereditary artin algebras A of infinite representation type: there, the class of all locally Baer A -modules is not precovering [8].

Keywords: module approximations, locally free modules, tilting theory.

MSC 2010: 16D70; 03E75, 13F05, 16G10, 18G25.

References

- [1] S. BAZZONI; J. ŠŤOVÍČEK, *Flat Mittag-Leffler modules over countable rings*, Proc. Amer. Math. Soc. **140** (2012), 1527 – 1533.
- [2] V. DRINFELD, *Infinite-dimensional vector bundles in algebraic geometry: an introduction*, in The Unity of Mathematics, Birkhäuser, Boston 2006, 263–304.
- [3] P. C. EKLOF; S. SHELAH, *On the existence of precovers*, Illinois J. Math. **47** (2003), 173 – 188.
- [4] S. ESTRADA; P. GUIL ASENSIO; M. PREST; J. TRLIFAJ, *Model category structures arising from Drinfeld vector bundles*, Advances in Math. **231**(2012), 1417 – 1438.
- [5] R. Göbel; J. Trlifaj, *Approximations and Endomorphism Algebras of Modules*, 2nd rev. and ext. ed., GEM **41**, W. de Gruyter, Berlin 2012.
- [6] D. HERBERA; J. TRLIFAJ, *Almost free modules and Mittag-Leffler conditions*, Advances in Math. **229**(2012), 3436 – 3467.

- [7] J.ŠAROCH; J.TRLIFAJ, *Kaplansky classes, finite character, and $\aleph_1$ -projectivity*, Forum Math. **24**(2012), 1091-1109.
- [8] A. SLÁVIK; J.TRLIFAJ, *Approximations and locally free modules*, preprint, arXiv:1210.7097.

¹Matematicko-fyzikální fakulta
Univerzita Karlova
Praha
trlifaj@karlin.mff.cuni.cz

Gorenstein homological algebra in the category of discrete modules over profinite groups^{*}

E. Enochs¹, J. R. García Rozas² L. Oyonarte² B. Torrecillas²

Gorenstein homological algebra was introduced in categories of modules. But it has proved to be a fruitful way to study various other categories such as categories of complexes and of sheaves.

In this talk, we initiate the research of relative homological algebra in categories of discrete modules over profinite groups. This seems appropriate since (in some sense) the subject of Gorenstein homological algebra had its beginning with Tate homology and cohomology over finite groups. We prove that if the profinite group has virtually finite cohomological dimension then every discrete module has a Gorenstein injective envelope, a Gorenstein injective cover, a torsion free cover and study various cohomological dimensions relative to Gorenstein injective discrete modules.

Keywords: Gorenstein category, profinite group, group cohomology

MSC 2010: 16E65, 20E18

¹Dept. Mathematics
University of Kentucky
Lexington, KY 40506-0027, U.S.A.

²Dept. Matemáticas
Universidad de Almería
04071 Almería, SPAIN
jrgrozas@ual.es

^{*}The last three authors were partially supported by the grant MTM2011-27090 from Ministerio de Ciencia e Innovación, and Proyecto de Excelencia de la Junta de Andalucía P07-FQM-03128, which in part had funds from Fondos Feder.

Locally torsion-free quasi-coherent sheaves*

Sinem Odabaşı¹

Let X be an arbitrary scheme. The category $\mathcal{Q}\mathrm{coh}(X)$ of quasi-coherent sheaves on X is known that admits arbitrary direct products. However their structure seems to be rather mysterious. In this talk we will describe the structure of the product object of a family of locally torsion-free objects in $\mathcal{Q}\mathrm{coh}(X)$, for X an integral scheme. Several applications are provided. For instance it is shown that the class of flat quasi-coherent sheaves on a Dedekind scheme X is closed under arbitrary direct products, and that the class of all locally torsion-free quasi-coherent sheaves induces a hereditary torsion theory on $\mathcal{Q}\mathrm{coh}(X)$. Finally torsion-free covers are shown to exist in $\mathcal{Q}\mathrm{coh}(X)$.

Keywords: torsion-free quasi-coherent sheaf, integral scheme, torsion theory, cover

MSC 2010: 13D30, 18E40, 18F20 (primary), 14F05, 18A30 (secondary)

References

- [1] J.L. BUESO; B. TORRECILLAS; A. VERSCHOREN, Generalized Local Cohomology and Quasicoherent Sheaves. *J. Algebra* **138** 298–312.
- [2] E. ENOCHS, Shortening filtrations. *Science China Math.* **55** 687–693.
- [3] E. ENOCHS; S. ESTRADA, Relative homological algebra in the category of quasi-coherent sheaves. *Advances in Mathematics* **194** 284–295.
- [4] S. ESTRADA; P. A. GUIL ASENSIO; M. PREST; J. TRILFAJ, Model category structures arising from Drinfeld vector bundles. *Advances Math.* **231** 1417–1438.
- [5] S. ESTRADA; M. SAORÍN, Locally finitely presented categories with no flat objects. *Forum. Math.*, to appear. Available at arXiv:1204.5681.
- [6] A. GROTHENDIECK, Sur quelques points d'algèbre homologique. *Tôhoku Math. J.* **9** 119–221.
- [7] D. MURFET, The Mock homotopy category of projectives and Grothendieck duality, PhD thesis, Australian National University, 2007, available at <http://www.therisingsea.org/thesis.pdf>.

*I would like to thank Prof. S. Estrada and Prof. P. G. Asensio for their invaluable help.

- [8] M. SAORÍN; J. ŠTOVÍČEK, On exact categories and applications to triangulated categories. *Advances Math.* **228** 968–1007.

¹Departamento de Matemáticas
Universidad de Murcia
Campus de Espinardo, Facultad de Matemáticas
sinem.odabasil@um.es

Endomorphisms of $\aleph_n$ -free modules over the p-adic integers

Lutz H. Strüngmann¹

It has been a long tradition in module theory and in particular in Abelian group theory to construct large modules/groups that have a prescribed endomorphism ring. In ordinary set-theory ZFC these constructions mostly used a combinatorial principle due to Saharon Shelah and called *Black-Box*. The resulting modules or groups had additional freeness properties, e.g. in the torsion-free case every countable subset was contained in a free submodule. Whenever a stronger freeness-condition was required replacing countable by larger cardinalities one had to assume additional set-theoretic axioms to carry out the construction. Examples are the diamond principle in Gödel's universe or Martin's axiom.

In this talk we will present a recent result showing the existence of large $\aleph_n$ -free J_p -modules with prescribed dual/endomorphism ring in ZFC. Necesarily these modules have to be verylarge to ensure the freeness-property in ZFC. A new combinatorial principle called *$\aleph_n$ -free Black Box* is used.

This is joint work with Rüdiger Göbel and Saharon Shelah from [1].

Keywords: abelian groups, endomorphism rings, p-adic integers

MSC 2010: 20K15

References

- [1] R. GÖBEL, S. SHELAH, L. STRÜNGMANN, *$\aleph_n$ -free Modules over complete discrete valuation domains with almost trivial dual*. to appear in Forum Mathematicum.

¹Institute for Applied Mathematics
Department of Computer Sciences
University of Applied Sciences Mannheim
68163 Mannheim, Germany
l.struengmann@hs-mannheim.de

A question about module extensions in the context of homotopical localizations of spaces

José L. Rodríguez¹

Let R be any commutative ring with 1, and consider extensions $\beta : 0 \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow G \rightarrow 0$ of R -modules such that the canonical morphism $\beta^* : \operatorname{Hom}(B, B) \rightarrow \operatorname{Ext}(G, B)$ is an isomorphism. This situation emerges in the study of localizations of Eilenberg–Mac Lane spaces $K(G, n)$, which will be treated in detail during the talk.

If R is the ring $\mathbf{Z}$ of integers and G is a Prüfer group $\mathbf{Z}(p^\infty)$, then the localizations of $K(G, n)$ take the form $K(B, n+1)$, where B is a reduced abelian group satisfying $\operatorname{Hom}(B, B) \cong \operatorname{Ext}(\mathbf{Z}(p^\infty), B)$. If furthermore the group B is Ext- p -complete, then it is either isomorphic to $\mathbf{Z}/p^k$ or to the ring of p -adic integers. What is left open is to determine whether there are other examples, if B is non Ext- p -complete.

This is a joint work with Carles Casacuberta which will be included in [1].

Keywords: Homotopical localization, Ext- p -complete groups, E -rings, module extensions.

MSC 2010: Primary: 55P60; 55P20; Secondary: 20K45; 20K35, 13B35.

References

- [1] C. CASACUBERTA; J.L. RODRÍGUEZ; J.Y. TAI, *Localizations of abelian Eilenberg–Mac Lane spaces of finite type*, preprint 2010.

¹Departamento de Matemáticas
Universidad de Almería
CITE III, La Cañada de San Urbano 04120
jlrodri@ual.es

Semilocal categories, local functors and applications

Alberto Facchini¹

A ring R is *semilocal* if $R/J(R)$ is semisimple artinian, that is, a finite direct product of rings of matrices over division rings. A preadditive category $\mathcal{A}$ is a *null* category if all its objects are zero objects. A preadditive category is *semilocal* if it is non-null and the endomorphism ring of every non-zero object is a semilocal ring. The following are examples of full semilocal subcategories of the category $\text{Mod-}R$ of all right modules over an associative ring R :

1. the full subcategory of all artinian right R -modules (Camps and Dicks);
2. the full subcategory of all finitely generated R -modules, for R a semilocal commutative ring (Warfield);
3. the full subcategory of all finitely presented modules right R -modules, for R a semilocal ring (Facchini and Herbera);
4. the full subcategory of all serial modules of finite Goldie dimension (Herbera and Shamsuddin);
5. the full subcategory of all modules of finite Goldie dimension and finite dual Goldie dimension (Herbera and Shamsuddin).

An additive functor $F: \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$ between preadditive categories $\mathcal{A}$ and $\mathcal{B}$ is said to be a *local functor* if, for every morphism $f: A \rightarrow A'$ in $\mathcal{A}$, $F(f)$ isomorphism in $\mathcal{B}$ implies f isomorphism in $\mathcal{A}$. This notion must not be confused with the notion of *isomorphism reflecting* functor: for every A, A' objects of $\mathcal{A}$, $F(A) \cong F(A')$ implies $A \cong A'$.

We will present the interplay between the concepts of semilocal category, local functor, Jacobson radical of the category and maximal ideals. Our main concern will be the study of the canonical functor $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A}/\mathcal{I}_1 \times \cdots \times \mathcal{A}/\mathcal{I}_n$, where $\mathcal{A}$ is a preadditive category and $\mathcal{I}_1, \dots, \mathcal{I}_n$ are ideals of $\mathcal{A}$. We will consider and characterize the case where this canonical functor is local. An application will be given.

Keywords: Semilocal ring, Semilocal category, Local functor

MSC 2010: 16D70, 16D90, 18E05

References

- [1] A. ALAHMADI; A. FACCHINI, Some remarks on categories of modules modulo morphisms with essential kernel or superfluous image. To appear in *J. Korean Math. Soc.* (2012).
- [2] A. FACCHINI, Direct-sum decompositions of modules with semilocal endomorphism rings. *Bull. Math. Sci.* **2**, 225–279 (2012).
- [3] A. FACCHINI; M. PERONE, Maximal ideals in preadditive categories and semilocal categories. *J. Algebra Appl.* **10**(1), 1–27 (2011).
- [4] A. FACCHINI; P. PŘÍHODA, The Krull-Schmidt Theorem in the case two. *Algebr. Represent. Theory* **14**, 545–570 (2011).

¹Dipartimento di Matematica
Università di Padova
Via Trieste 63, I-35121 Padova, Italia
facchini@math.unipd.it

Inversion height and crossed products

Dolors Herbera¹, Javier Sánchez²

Let X be a set with at least two elements, and let k be any commutative field. We prove that the inversion height of the embedding $k\langle X \rangle \hookrightarrow D$, where D denotes the universal division ring of fractions of the free algebra $k\langle X \rangle$, is infinite. Therefore, if H denotes the free group on X , the inversion height of the embedding of the group algebra $k[H]$ into the Mal'cev Neumann series ring is also infinite. This answers in the affirmative a question posed by Neumann in 1949 [3], and reformulated again in [1].

The case of an infinite set was already settled by Reutenauer [4]. Recall that, for a finite set X , there are many embeddings of a free algebra over an infinite set, call it S , inside $k\langle X \rangle$. Essentially, we show that if $k\langle X \rangle$ can be given a *Lie Algebra crossed product* structure over such an S then the universal division rings of fractions of S can be embedded inside the universal division rings of fractions of $k\langle X \rangle$ and the embedding preserves the inversion height. We settle Neumann's question showing that such crossed product structures are relatively frequent.

We also show that the same type of argument can be done seeing D as the universal field of fractions of the group algebra over the free group. In this case, a suitable *group crossed product* structure allows us to prove the same kind of result.

Having infinite inversion height is not a distinctive feature of the free field. We give an infinite family of examples of non-isomorphic division ring of fractions of $k\langle X \rangle$ with infinite inversion height.

The results we present in this talk are part of the preprint [2].

Keywords: Division ring, inversion height, crossed product, free field

MSC 2010: 16K40, 16S35

References

- [1] ISRAEL GELFAND, SERGEI GELFAND, VLADIMIR RETAKH, AND ROBERT LEE WILSON, Quasideterminants. *Adv. Math.* **193**, no. 1, 56–141 (2005).
- [2] D. HERBERA AND J. SÁNCHEZ, The inversion height of the free field is infinite. *Preprint*, 37 pp. (2012).

- [3] B. H. NEUMANN, On ordered division rings. *Trans. Amer. Math. Soc.* **66**, 202–252 (1949).
- [4] C. REUTENAUER, Inversion height in free fields. *Selecta Math. (N.S.)* **2**, no. 1, 93–109 (1996).

¹Departament de Matemàtiques,
Universitat Autònoma de Barcelona,
08193 Bellaterra (Barcelona), Spain
dolores@mat.uab.cat

²Department of Mathematics - IME
University of São Paulo
Caixa Postal 66281
São Paulo, SP
05314-970, Brazil
jsanchez@ime.usp.br

New examples of Hopf algebras with nonzero integral

Juan Cuadra¹

The Haar measure on a compact group G induces a linear functional $\int$ on the Hopf algebra of representative functions on G . Hochschild observed that the invariance property of the Haar measure reads as a condition on $\int$ that can be expressed in Hopf algebraic terms. Later, Sweedler defined the notion of integral for arbitrary Hopf algebras by mean of this condition. Hopf algebras having a nonzero integral are called co-Frobenius.

The quantized coordinate algebra $\mathcal{O}_q(G)$ of a simple algebraic group G is one of the most important examples of co-Frobenius Hopf algebras. When q is a root of unity, the coordinate algebra $\mathcal{O}(G)$ of G is a central Hopf subalgebra of $\mathcal{O}_q(G)$ and $\mathcal{O}_q(G)$ is finitely generated (and free) as a module over $\mathcal{O}(G)$. Moreover, $\mathcal{O}(G)$ coincides with the Hopf socle of $\mathcal{O}_q(G)$. Based on this example, Andruskiewitsch and Dăscălescu asked in [*Co-Frobenius Hopf algebras and the coradical filtration*, Math. Z. **243** (2003), 145-154] whether any co-Frobenius Hopf algebra is finitely generated as a module over its Hopf socle.

In this talk we will introduce a family of co-Frobenius Hopf algebras that are not finitely generated over their Hopf socles, answering so in the negative this question. Concretely, we will construct a Hopf algebra H over a field depending on a primitive n -th root of unity, a non-empty set I , and a family $(q_i)_{i \in I}$ of nonzero scalars. We will prove that H is finitely generated over its Hopf socle if and only if there is a finite subset J of I such that $q_i^n = 1$ for all $i \in I \setminus J$ and q_j is an m_j -th root of unity for all $j \in J$.

The results that will be presented are part of a joint work with N. Andruskiewitsch (National University of Córdoba, Argentina) and P. Etingof (Massachusetts Institute of Technology, USA). Arxiv:1206.5934.

Keywords: Hopf algebra, quantum group, integral

MSC 2010: 16T05, 17B37

¹Departamento de Matemáticas
Universidad de Almería
Ctra. Sacramento S/N
La Cañada de San Urbano (Almería)
jcdiaz@ual.es

Cohomology of algebras over weak Hopf algebras^{*}

Ramón González Rodríguez¹

The aim of this talk is to present the Sweedler cohomology for a cocommutative weak Hopf algebra H living in a strict symmetric monoidal category where every idempotent morphism splits. We show that the second cohomology group classifies completely weak crossed products, with a common preunit, of H over a commutative left H -module algebra A . The results that will be presented are part of a joint work with J.N. Alonso and J.M. Fernández (see [1] and [2]).

Keywords: Weak Hopf algebra, Sweedler cohomology, weak crossed products

MSC 2010: 18D10, 16W30

References

- [1] J.N. ALONSO ÁLVAREZ, J.M. FERNÁNDEZ VILABOA Y R. GONZÁLEZ RODRÍGUEZ, R., Cohomology of algebras over weak Hopf algebras. *math.QA*, arXiv:1206.3850 (2012)
- [2] J.N. ALONSO ÁLVAREZ, J.M. FERNÁNDEZ VILABOA Y R. GONZÁLEZ RODRÍGUEZ, R., Integrals and crossed products over weak Hopf algebras. *math.QA*, arXiv:1207.5363 (2012)

¹Matemática Aplicada II
Universidade de Vigo
E.E. Telecomunicación. Campus Universitario Lagoas-Marcosende. 36310.
Vigo. Spain
rgon@dma.uvigo.es

^{*}Research supported by Ministerio de Ciencia e Innovación: MTM2010-15634

Centralizer constructions and Yetter-Drinfeld modules in a weak context

J.N. Alonso Álvarez¹, R. González Rodríguez², C. Soneira Calvo³

The notion of weak braided Hopf algebra and that of weak Yang-Baxter operator were introduced by the authors in [1] to extend Radford's theory to projections of weak Hopf algebras in a strict symmetric monoidal category where every idempotent morphism splits. Specifically, there exists a categorical equivalence between the category of projections associated to a weak Hopf algebra H and the category ${}^H_H\mathcal{YD}$ of left-left Yetter-Drinfeld modules over H .

The center construction, introduced independently by Drinfeld (unpublished), Joyal and Street [6] and Majid [8], associates to a monoidal category $\mathcal{C}$ a braided monoidal category $\mathcal{Z}(\mathcal{C})$. It is known that for a Hopf algebra H the center of the category of left H -modules is equivalent to ${}^H_H\mathcal{YD}$ [7].

In this talk we introduce various centralizer constructions and establish a monoidal equivalence with the category ${}^D_D\mathcal{YD}$ of Yetter-Drinfeld modules over a weak braided Hopf algebra D . Subsequently we apply the result to the calculus of centers in module categories.

Keywords: weak (braided) Hopf algebra, Yetter-Drinfeld module, center

MSC 2010: 18D10, 16T05, 16T25, 81R50

References

- [1] J.N. ALONSO ÁLVAREZ; J.M. FERNÁNDEZ VILABOA; R. GONZÁLEZ RODRÍGUEZ, Weak Hopf algebras and weak Yang-Baxter operators *J. of Algebra* **320**, 2101–2143 (2008).
- [2] J.N. ALONSO ÁLVAREZ; J.M. FERNÁNDEZ VILABOA; R. GONZÁLEZ RODRÍGUEZ, Weak braided Hopf algebras, *Indiana University Mathematics Journal* **57**, 2423–2458 (2008).
- [3] J. N. ALONSO ÁLVAREZ; J. M. FERNÁNDEZ VILABOA; R. GONZÁLEZ RODRÍGUEZ; C. SONEIRA CALVO, The monoidal category of Yetter-Drinfeld modules over a weak braided Hopf algebra arxiv: 1203.2474 (2012).
- [4] G. BÖHM; F. NILL; K. SZLACHÁNYI, Weak Hopf algebras, I. Integral theory and C^* -structure, *J. of Algebra* **221**, 385–438 (1999).

- [5] G. BÖHM, Doi-Hopf modules over weak Hopf algebras, *Comm. Algebra* **28**, 4678–4698(2000).
- [6] A. JOYAL; R. STREET, Tortile Yang-Baxter operators in tensor categories *J. Pure Appl. Algebra* **71**, 43–51 (1991).
- [7] K. KASSEL, *Quantum Groups*. Springer Verlag, New York, 1995.
- [8] S. MAJID, Representations, duals and quantum doubles of monoidal categories, *Rend. Circ. Math. Palermo Suppl.* **26** (2), 197-202 (1991).
- [9] P. SCHAUENBURG, P, The monoidal center construction and bimodules *J. of Pure and Applied Algebra* **158**, 325–346 (1999).

¹Depto. Matemáticas
 Universidade de Vigo
 Campus Universitario Lagoas-Marcosende, E-36280 Vigo
 jnalonso@uvigo.es

²Depto. Matemática Aplicada II
 Universidade de Vigo
 Campus Universitario Lagoas-Marcosende, E-36280 Vigo
 rgon@dma.uvigo.es

³Depto. Pedagogía e Didáctica
 Universidade da Coruña
 Campus de Elviña, E-15071 A Coruña
 carlos.soneira@udc.es

An alternative perspective on projectivity of modules.

**Christopher Holston¹, Sergio R. López-Permouth¹, Joseph Mastromatteo¹,
José E. Simental-Rodríguez²**

We approach the analysis of the extent of the projectivity of modules from a fresh perspective as we introduce the notion of relative subprojectivity. A module M is said to be N -subprojective if for every epimorphism $g : B \rightarrow N$ and homomorphism $f : M \rightarrow N$, there exists a homomorphism $h : M \rightarrow B$ such that $gh = f$. For a module M , the subprojectivity domain of M is defined to be the collection of all modules N such that M is N -subprojective. We consider, for every ring R , the subprojective profile of R , namely, the class of all subprojectivity domains for R modules. We show that the subprojective profile of R is a semilattice, and consider when this structure has coatoms or a smallest element. Modules whose subprojectivity domain is smallest possible will be called subprojectively poor (sp-poor) or projectively indigent (p-indigent) and those with co-atomic subprojectivity domain are said to be maximally subprojective. This work is a natural continuation to recent papers that have embraced the systematic study of the injective, projective and subinjective profiles of rings.

Keywords: projective modules, injective modules, ring profiles

MSC 2010: 16D40, 16D50

¹Department of Mathematics
Ohio University
Athens, OH 45701, USA
holston@ohio.edu, lopez@ohio.edu,
jm424809@ohio.edu

²Department of Mathematics
Northeastern University
jesr_@hotmail.com

Morita base change in Hopf-(co)cyclic (co)homology

Laiachi El Kaoutit¹, Niels Kowalzig²

Given two Morita equivalent Lie algebroids, it is well known from literature that their cohomologies coincide up to isomorphisms. The same result holds true for Poisson manifolds and their Poisson homologies. On the other hand, as in the case of Lie algebra, Lie algebroid also has an universal enveloping ring which instead admits a structure of cocommutative (left) Hopf algebroid. It turns out that the (co)homology of any Lie algebroid is identified with the cyclic homology of its universal enveloping ring. Thus, a natural question arise concerning Morita invariance of (co)cyclic (co)homologies between two cocommutative (left) Hopf algebroids. Obviously, an answer to this question will automatically leads to Morita invariance at the level of Lie algebroids and perhaps a more conceptual and algebraic proof of the above geometric results. Unfortunately, up to now, a complete and satisfactory answer to that question is far from being clear.

In this talk we give a naive answer by considering Morita invariance of cyclic homologies between two (left) Hopf algebroids where one is obtained from the other using the Morita base change. In our main application we consider the Morita equivalence between the algebra of complex-valued smooth functions on the classical 2-torus and the coordinate algebra of the noncommutative 2-torus with rational parameter. We then construct a Morita base change left Hopf algebroid over this noncommutative 2-torus and show that its cyclic homology can be computed by means of the homology of the Lie algebroid of vector fields on the classical 2-torus.

Keywords: Morita equivalence; cyclic homology; Hopf algebroids; vector bundles; Lie algebroids; noncommutative tori.

MSC 2010: Primary 16D90, 16E40, 16T05; Secondary 18D10, 16T15, 19D55, 58B34

¹Departamento de Álgebra
Universidad de Granada
E-18071, Granada. España
kaoutit@ugr.es

²Dipartimento di Matematica
Università degli Studi di Roma Tor Vergata.
00133 Roma. Italia.
`kowalzig@mat.uniroma2.it`

Centros de álgebras asociadas a grafos

Mercedes Siles Molina¹

La noción de centro de un álgebra asociativa juega un papel importante en Álgebra. Aparece directamente relacionada con los grupos de cohomología de dimensión cero y también con los de dimensión 1, es decir, las derivaciones. Además, estas están estrechamente relacionadas con el centro, ya que, cualquiera que sea el álgebra asociativa A , el álgebra de Lie $A^-/Z(A)$ es isomorfa al álgebra de Lie de las derivaciones internas de A (aquí, A^- denota la antisimetrizada de A). Esto significa que el estudio del centro puede considerarse como el primer paso en el estudio de las derivaciones de un álgebra.

En este trabajo, realizado junto con María Guadalupe Corrales García, Dolores Martín Barquero, Cándido Martín González y José Félix Solanilla Hernández, hemos estudiado el centro de las álgebras de caminos, el de las álgebras de caminos de Cohn, y hemos obtenido cotas inferiores y superiores para el centro de un álgebra de caminos de Leavitt. Además, queda perfectamente determinado el centro de un álgebra de caminos de Leavitt prima.

Hay, además de las que hemos dado en el primer párrafo, otras razones que nos han llevado a abordar el problema del centro en álgebras de caminos: relacionar la simplicidad de tales álgebras, que son asociativas, con la de las álgebras de Lie asociadas, así como tratar de caracterizar los elementos del centro en términos de propiedades de los elementos que constituyen el grafo subyacente. Es esta una peculiaridad que hace “agradable” el trabajar con álgebras asociadas a grafos: el que propiedades algebraicas se reflejan en el grafo y, recíprocamente, propiedades del grafo encuentran su equivalente en el álgebra.

Keywords: Álgebra de caminos, Álgebra de caminos de Cohn, Álgebras de caminos de Leavitt, centro.

MSC 2010: 16D70

Referencias

- [1] G. ABRAMS, G. ARANDA PINO, The Leavitt path algebra of a graph, *J. Algebra* **293** (2) (2005), 319–334.
- [2] G. ABRAMS, G. ARANDA PINO, F. PERERA, M. SILES MOLINA, Chain conditions for Leavitt path algebras. *Forum Math.* **22** (2010), 95–114.

- [3] G. ABRAMS, P. ARA, M. SILES MOLINA, Leavitt path algebras. A primer and handbook. *Springer*. To appear.
- [4] G. ABRAMS, D. FUNK-NEUBAUER, On the simplicity of the Lie algebras associated to Leavitt algebras. *Comm. Algebra* **39** (2011), 4059–4069.
- [5] G. ARANDA PINO, K. CROW, The Center of a Leavitt path algebra, *Rev. Mat Iber.* **27** (2) (2011), 621–644.
- [6] G. ARANDA PINO, D. MARTÍN BARQUERO, C. MARTÍN GONZÁLEZ, M. SILES MOLINA, The socle of a Leavitt path algebra, *J. Pure Appl. Algebra* **212** (3) (2008), 500–509.
- [7] G. ARANDA PINO, E. PARDO, M. SILES MOLINA, Exchange Leavitt path algebras and stable rank, *J. Algebra* **305** (2) (2006), 912–936.
- [8] G. ARANDA PINO, E. PARDO, M. SILES MOLINA, Prime spectrum and primitive Leavitt path algebras, *Indiana Univ. Math. J.* **58** (2) (2009), 869–890.
- [9] M. BREŠAR, F. PERERA, J. SÁNCHEZ ORTEGA, M. SILES MOLINA, Computing the maximal algebra of quotients of a Lie algebra, *Forum Math.* **21** (4) (2009), 601–620.
- [10] M. G. CORRALES GARCÍA, D. MARTÍN BARQUERO, C. MARTÍN GONZÁLEZ, J. F. SOLANILLA HERNÁNDEZ, M. SILES MOLINA, Centers of path algebras, Cohn and Leavitt path algebras, *Preprint 2012*.
- [11] C. NĂSTĂSESCU, F. VAN OYSTAEYEN, *Graded ring theory*, North-Holland, Amsterdam (1982).
- [12] M. TOMFORDE, Uniqueness theorems and ideal structure for Leavitt path algebras. *J. Algebra* **318** (2007), 270–299.

¹Departamento de Álgebra, Geometría y Topología
 Universidad de Málaga
 Facultad de Ciencias. Campus de Teatinos. 29071 Málaga
 msilesm@uma.es

Sobre álgebras de color de Lie split

Antonio J. Calderón Martín¹, José M^a Sánchez Delgado²

Las álgebras de color de Lie son una generalización de las superálgebras de Lie, y por tanto de las álgebras de Lie, y tienen un importante papel en Física de partículas. Con la intención de estudiar la estructura de un álgebra de color de Lie arbitraria (sin restricciones sobre su dimensión o sobre su cuerpo base), introduciremos las álgebras de color de Lie split como la extensión natural de las álgebras de Lie split y las superálgebras de Lie split.

Desarrollando técnicas de conexiones de raíces en este tipo de estructuras, mostramos que cualquiera de estas álgebras L es de la forma $L = \mathcal{U} + \sum_j I_j$ siendo $\mathcal{U}$ un subespacio de la subálgebra (graduada) abeliana H y cualquier I_j un ideal (graduado) bien definido de L tal que $[I_j, I_k] = 0$ si $j \neq k$.

Bajo ciertas condiciones podremos caracterizar la simplicidad de L y mostraremos que L es la suma directa de la familia de sus ideales (graduados) minimales, siendo cada uno un álgebra de color de Lie split simple.

Keywords: álgebra de color de Lie, raíz, teoría de estructura

MSC 2010: 17B75, 17B65, 17B05, 17B20

¹Departamento de Matemáticas
Universidad de Cádiz
CP 11510, Puerto Real (Cádiz), España
ajesus.calderon@uca.es

²Departamento de Álgebra, Geometría y Topología
Universidad de Málaga
CP 29080, Málaga, España
txema.sanchez@uma.es

Koszul pairs^{*}

Pascual Jara¹

Koszul rings were introduced by Beilinson, Ginzburg and Sorgel as a natural generalization of Koszul algebras. In order to investigate some homological properties of this class of graded rings we introduce Koszul pairs: consisting on an algebra A and a coalgebra C satisfying certain compatibility properties.

The main examples of Koszul pairs are associated to certain braided bialgebras in the category of bimodules over a semisimple ring. Twisted tensor products of algebras provide other important examples.

We further discuss how our results on Koszul pairs can be exploited to investigate Hochschild (co)homology of Koszul rings.

Keywords: Koszul ring, Twisted tensor product, Hochschild (co)homology.

MSC 2010: 16S37, 16E40

References

- [1] A. BEILINSON, V. GINZBURG, AND W. SOERGEL, *Koszul duality patterns in representation theory*. J. Amer. Math. Soc. 9 (1996), 476-527.
- [2] P. JARA, J. LÓPEZ PEÑA, F. PANAITÉ, F. VAN OYSTAEYEN, *On iterated twisted tensor products of algebras*. Int. Journal of Math. 19 (9) (2008), 1053-1101.
- [3] P. JARA, J. LÓPEZ PEÑA, D. ŞTEFAN, *ON KOSZULITY OF TWISTED TENSOR PRODUCTS*. arXiv:1011.4243v1.
- [4] A. POLISHCHUK, L. POSITSELSKI *Quadratic algebras* University lecture series, vol. 37, American Mathematical Society, Providence, R.I., 2005.

¹Departamento de Álgebra
Universidad de Granada
18071-Granada
pjara@ugr.es

^{*}Joint work with J. López and D. Ştefan

S6

Interacciones matemática-informática

Vie 25, 11:00 - 11:25, Aula 9 – Cristina Alcalde, Ana Burusco, Ramón Fuentes-González:

Obtención de elementos relevantes de la Morfología Matemática mediante aplicación de la Teoría de Retículos de Conceptos Borrosos

Vie 25, 11:30 - 11:55, Aula 9 – Ondrej Krídlo, Manuel Ojeda-Aciego:

Formal Concept Analysis and its categorical description

Vie 25, 12:00 - 12:25, Aula 9 – Robert A. Bridges:

A principled approach to anomaly detection

Vie 25, 12:30 - 12:55, Aula 9 – Martín Diéguez:

Lógica Temporal de Equilibrio: Estado actual y principales desafíos

Vie 25, 13:00 - 13:25, Aula 9 – Nicolás Madrid:

Extracción de los k-mejores resultados bajo una búsqueda inteligente en base de datos

Vie 25, 17:00 - 17:25, Aula 9 – Juan Carlos Díaz, Jesús Medina:

Resolución de ecuaciones de relaciones difusas usando Análisis Formal de Conceptos

Vie 25, 17:30 - 17:55, Aula 9 – M^a. Eugenia Cornejo, Jesús Medina, Eloisa Ramírez:

Aplicaciones de los triples adjuntos

Obtención de elementos relevantes de la Morfología Matemática mediante aplicación de la Teoría de Retículos de Conceptos Borrosos

Cristina Alcalde¹, Ana Burusco², Ramón Fuentes-González²

En un trabajo anterior hemos demostrado y analizado una vinculación existente entre la *Teoría de Morfología Matemática Borrosa* sobre imágenes en el espacio euclídeo o en el digitalizado, y la *Teoría de Conceptos Borrosos* de contextos borrosos en los que tanto el conjunto de objetos como el de atributos coinciden con ese espacio (euclídeo o digital).

En este trabajo se prueba que esa vinculación también existe en contextos más generales en los que se sustituyen las imágenes por subconjuntos (ordinarios o L -borrosos) de dos referenciales cualesquiera X e Y , en general distintos y no necesariamente vinculados a los espacios $\mathbb{R}^n$ y $\mathbb{Z}^n$ que se utilizan en los modelos matemáticos de imágenes y señales. Los elementos y el esquema del contenido del trabajo son los siguientes:

1. Se utiliza como conjunto de valoración de subconjuntos L -borrosos un retículo completo $(L, \leq)$ junto con un cierto tipo de operador implicador $I : L \times L \rightarrow L$ y con una negación fuerte $' : L \rightarrow L$, relacionados por $I(\alpha, \beta) = I(\beta', \alpha') \forall (\alpha, \beta) \in L^2$.

2. Se expone un método para ejemplo de las estructuras mencionadas en el párrafo anterior utilizando el conjunto de intervalos cerrados $\mathcal{I}(C)$ de la cadena determinada por $C = [0, 1]$ con el orden usual $\leq$, (o de una cadena finita C del tipo $0 < \alpha_1 < \dots < \alpha_{k-1} < 1$).

3. Se proporciona un método para extender una implicación $I : C \times C \rightarrow C$ a otra $\hat{I} : \mathcal{I}(C) \times \mathcal{I}(C) \rightarrow \mathcal{I}(C)$ que cumpla las propiedades exigidas en 1.

4. Fijados dos referenciales ordinarios X e Y y una relación L -borrosa $R \in L^{X \times Y}$ (*relación estructurante*), y utilizando el par de operadores asociados $(I, *)$ se construyen los operadores erosión, dilatación, apertura y cierre asociados a R .

5. Se demuestra posteriormente los resultados fundamentales que vinculan las dos teorías. Para ello se utiliza el contexto borroso (L, X, Y, R') en el que R' es la negación fuerte de la relación estructurante R .

Keywords: Análisis de Conceptos Borrosos, Morfología Matemática Borrosa

MSC 2010: 03B52, 68T30

¹Departamento de Matemática Aplicada
Universidad del País Vasco. UPV/EHU.
Plaza de Europa 1, 20018 San Sebastián
`c.alcalde@ehu.es`

²Departamento de Automática y Computación
Universidad Pública de Navarra
Campus de Arrosadía, 31006 Pamplona
`{burusco, rfuentes}@unavarra.es`

Formal Concept Analysis and its categorical description

Ondrej Krídlo¹, Manuel Ojeda-Aciego²

Formal Concept Analysis (FCA) was introduced in the decade of 1980 by Ganter and Wille [2] as an applied Lattice Theory, and has become a very useful tool for analysis of data of object–attribute table character. An important notion of such a theory is a *formal context* as a table of any boolean type object–attribute data, i.e. a binary relation between the set of objects and the set of attributes that models the situation in which objects have or have not certain attributes or, vice versa, any attribute is shared or not by some of the objects. The next important notion of FCA is that of *formal concept* as a pair of subsets of objects and attributes such that their cartesian product is a maximal subset with respect to the input relation. The set of all formal concepts with a certain ordering forms a complete lattice also called the *concept lattice* associated to the input formal context.

H. Mori defined the notion so-called *Chu correspondence* between two formal contexts. One of his main results is that the class of all formal contexts, as objects, and Chu correspondences between them, as morphisms, forms a $*$ -autonomous category [6].

In our work [4] we extended the previous notion to that of an L -Chu correspondence between L -fuzzy formal contexts, and then in [3] we showed that the $*$ -autonomous structure of the resulting category is preserved and that our extended category L -ChuCors embeds the classical one.

Our last result, in [5], is a constructive proof of equivalence between the category L -ChuCors and the category of so-called *completely lattice L -ordered sets* that is an extension of the notion of complete lattice in L -fuzzy environment introduced by Bělohlávek in [1] and their corresponding mappings.

Keywords: complete lattices, formal concept analysis, $*$ -autonomous categories

MSC 2010: 06B23, 18D10

References

- [1] R. BĚLOHLÁVEK, Concept lattices and order in fuzzy logic. *Annals of Pure and Applied Logic* **128**, 277–298 (2004).
- [2] B. GANTER; R. WILLE, *Formal concept analysis*. Springer, Berlin, 1999.

- [3] O. KRÍDLO; S. KRAJČI; M. OJEDA-ACIEGO, The category of L -Chu correspondences and the structure of L -bonds. *Fundamenta Informaticae* **115**(4), 297–325 (2012).
- [4] O. KRÍDLO; M. OJEDA-ACIEGO, On L -fuzzy Chu correspondences. *Intl J of Computer Mathematics* **88**(9), 1808–1818 (2011).
- [5] O. KRÍDLO; M. OJEDA-ACIEGO, Linking L -Chu correspondences and completely lattice L -ordered sets. En *Proc. of Concept Lattices and its Applications 2012*, U. Priss & L. Szathmary (eds.), 233–244. Fuengirola, 2012.
- [6] H. MORI, Chu correspondences. *Hokkaido Mathematical Journal* **37**, 147–214 (2008).

¹Department of Computer Science
 University of Pavol Jozef Šafárik
 Jesenná 5, 040 01 Košice, Slovakia
 o.kridlo@gmail.com

²Dept. Matemática Aplicada
 Universidad de Málaga
 Complejo Tecnológico. Blv Louis Pasteur, 35. 29071 Málaga
 aciego@uma.es

A Principled Approach to Anomaly Detection

Robert A. Bridges¹

Anomaly detection enjoys a myriad of useful applications including fraud and intrusion detection, image processing, and quality control to name a few; consequently, the methods for anomaly detection have equally wide scope. Rather than pursuing heuristic methods, this talk will assume a non-singular probability distribution has been given on a data set and propose an intuitive, principled approach to anomaly detection by 1. introducing a function from the sample space to $[0, \infty]$ which scores how anomalous an event is and 2. proving sharp bounds that regulate the amount of events that are labeled as anomalous. Moreover, this approach works independently of the probability distribution, which allows comparability across distributions and needs no heuristic tuning. An application to intrusion detection on a computer network will be given.

Keywords: Anomaly detection, probability

MSC 2010: 68Q87

¹Situational Understanding Team, CSIIR Group
Oak Ridge National Laboratories
1 Bethel Valley Road P.O. Box 2008 Mailstop 6418 Oak Ridge, TN 37831
bridgesra@ornl.gov

Lógica Temporal de Equilibrio: Estado actual y principales desafíos

Martín Diéguez¹

Answer Set Programming (ASP) [1] se ha convertido en un paradigma muy utilizado en el área de Representación del Conocimiento en diferentes tipos de escenarios. Actualmente, uno de los principales obstáculos se encuentra en la modelización de problemas con componentes temporales, debido a que el tiempo es comúnmente representado mediante una variable que toma sus valores dentro de un dominio finito.

Este planteamiento posee algunas desventajas: en primer lugar no es posible comprobar la existencia de un plan si la solución no se encuentra dentro de la longitud de narrativa considerada y, en segundo lugar, tampoco se puede decidir en todos los casos cuándo dos teorías temporales son *fuertemente equivalentes*.

Nuestra propuesta consiste en ampliar la sintaxis de *Answer Set Programming* considerando el uso de operadores temporales propios de las lógicas modales temporales como la *Lógica de Tiempo Lineal* [4] (LTL). Mediante esta aproximación, podemos considerar un tiempo infinito y, en consecuencia, superar las desventajas anteriormente mencionadas. El formalismo resultante, basado en *Lógica de Equilibrio* [2] (una caracterización lógica de ASP), recibe el nombre de *Lógica Temporal de Equilibrio*.

Aunque las últimas contribuciones han mostrado resultados prometedores, la *Lógica Temporal de Equilibrio* [3] es un paradigma reciente y todavía existen muchos problemas pendientes de resolver.

Keywords: Lógica de Equilibrio, Lógica Temporal de Equilibrio, Answer Set Programming, Representación del Conocimiento

MSC 2010: 1102.09, 1102.03 1104.02

Referencias

- [1] BREWKA, G., EITER, T. AND TRUSZCZYŃSKI, M., Answer set programming at a glance *Commun. ACM* **volumen**(54), 92–103 (2011).
- [2] PEARCE, D., A New Logical Characterisation of Stable Models and Answer Sets *NMELP* 57–70 (1996).
- [3] CABALAR, P. AND PÉREZ, G., Temporal Equilibrium Logic: A First Approach *EUROCAST* 241–248 (2007).

- [4] MANNA, Z. AND PNUELI, A., A hierarchy of temporal properties *PODC* 205–205 (1987).

¹Departamento de Computación
Universidade da Coruña
Facultad de Informática, Campus de Elviña s/n, 15071, A Coruña.
`martin.dieguez@udc.es`

Extracción de los k -mejores resultados bajo una búsqueda inteligente en base de datos

Nicolás Madrid¹

Cuando se realiza una consulta sobre una base de datos, normalmente sólo se está interesado en unos ciertos elementos que pueden ser catalogados como “*los mejores*” según cierto criterio impuesto. Sin embargo, el procedimiento natural que consiste en ordenar linealmente todas las entradas de la base de datos (según el mencionado criterio) y extraer simplemente los k primeros ítems, es realmente inviable cuando el tamaño de la base de datos utilizada es lo suficientemente grande. Además, el problema se incrementa considerablemente cuando añadimos la posibilidad de realizar la consulta sobre enunciados intensionales; i.e. sobre enunciados definidos mediante un procedimiento lógico a partir de los elementos descritos por la base de datos.

De este modo, puesto que sólo estamos interesados en extraer los k mejores resultados, proponemos un algoritmo que determina únicamente las instancias necesarias para el cómputo de dichos resultados, dejando sin calcular aquellas instancias que no nos interesen. En concreto, en esta charla se presentará un algoritmo eficiente que determina las k mejores instancias de una consulta Q ? en una *base de conocimiento* $\mathcal{K}$ constituida por una parte intensional (programa lógico) y otra extensional (base de datos relacional). Dicho algoritmo, junto con una prueba de corrección, ha sido publicado recientemente en [1].

Keywords: Top-k algorithms, Bases de datos Deductivas, Programación Lógica Difusa

MSC 2010: 03B52, 68T27, 68T30

Referencias

- [1] U. STRACCIA, N. MADRID, A Top-k Query Answering Procedure for Fuzzy Logic Programming. *Fuzzy Sets and Systems*, **205**, 1–29 (2012)

¹Centre of Excellence IT4Innovations
Division of University of Ostrava
Institute for Research and Applications of Fuzzy Modeling
30. dubna 22, 701 03 Ostrava (Czech Republic)
nicolas.madrid@osu.cz

Resolución de ecuaciones de relaciones difusas usando Análisis Formal de Conceptos

Juan Carlos Díaz¹, Jesús Medina¹

Las ecuaciones de relaciones difusas fueron introducidas por E. Sánchez en 1976 ([4]) y se han usado en la investigación de diversos aspectos, teóricos y aplicados, de la teoría de conjuntos difusos. Desde entonces numerosos autores han investigado sobre la capacidad de resolución de dichas ecuaciones.

Por otro lado, el Análisis Formal de Conceptos, introducido por R. Wille en 1982, es una teoría del análisis de datos que identifica estructuras conceptuales entre conjuntos de datos. Posteriores desarrollos y generalizaciones han dado lugar a enfoques más flexibles y versátiles, entre ellos los retículos de conceptos multiadjuntos, por J. Medina, M. Ojeda-Aciego y J. Ruiz-Calviño [3] y los retículos de conceptos orientados a atributos y a objetos multiadjuntos, introducidos por J. Medina [2].

Recientemente, se ha demostrado que la resolución de una ecuación de relaciones difusas está relacionada con la construcción de un retículo de conceptos difuso [1]. Lo cual permite usar los algoritmos conocidos en el ambiente difuso del Análisis Formal de Conceptos en la resolución de dichas ecuaciones. En este artículo se debilitan las condiciones exigidas para la obtención del conjunto de soluciones y, a su vez, se generalizan estas ecuaciones al entorno multiadjunto, dando lugar a las ecuaciones de relaciones multiadjuntas.

Keywords: Ecuaciones de relaciones difusas, Análisis Formal de Conceptos

MSC 2010: 03B52, 03B72

Referencias

- [1] J. C. Díaz y J. Medina. Solving systems of fuzzy relation equations by fuzzy property-oriented concepts. *Information Sciences*, 2012.
- [2] J. Medina. Multi-adjoint property-oriented and object-oriented concept lattices. *Information Sciences*, 190:95–106, 2012.
- [3] J. Medina, M. Ojeda-Aciego y J. Ruiz-Calviño. Formal concept analysis via multi-adjoint concept lattices. *Fuzzy Sets and Systems*, 160(2):130–144, 2009.
- [4] E. Sanchez. Resolution of composite fuzzy relation equations. *Information and Control*, 30(1):38–48, 1976.

¹Departamento de Matemáticas
Universidad de Cádiz
CASEM. República Saharhui, s/n. 11510. Puerto Real (Cádiz)
{juancarlos.diaz,jesus.medina}@uca.es

Aplicaciones de los triples adjuntos

M^a Eugenia Cornejo¹, Jesús Medina², Eloisa Ramírez¹

Los triples adjuntos están formados por tres operadores básicos muy útiles y usados en diferentes dominios. Por ejemplo, los triples adjuntos juegan un papel fundamental en dos importantes entornos: en programación lógica multiadjunta [3] y en los retículos de conceptos multiadjuntos [2].

Estos operadores son una generalización interesante de las normas triangulares y de las implicaciones residuadas [1], los cuales incrementan la flexibilidad de los operadores, no exigiendo propiedades elementales como la conmutabilidad o asociatividad, y preservando las principales propiedades que son necesarias para desarrollar los procedimientos de cálculo.

Además, los triples adjuntos generalizan a otros triples de operadores generales, los *triples de implicación* [4].

Keywords: Normas triangulares, implicaciones residuadas, triples adjuntos

MSC 2010: 94D05, 03B52, 03G102

Referencias

- [1] P. Hájek. *Metamathematics of Fuzzy Logic*. Trends in Logic. Kluwer Academic, 1998.
- [2] J. Medina, M. Ojeda-Aciego, and J. Ruiz-Calviño. Formal concept analysis via multi-adjoint concept lattices. *Fuzzy Sets and Systems*, 160(2):130–144, 2009.
- [3] J. Medina, M. Ojeda-Aciego, and P. Vojtáš. Multi-adjoint logic programming with continuous semantics. In *Logic Programming and Non-Monotonic Reasoning, LPNMR’01*, pages 351–364. Lecture Notes in Artificial Intelligence 2173, 2001.
- [4] N.Ñ. Morsi. Propositional calculus under adjointness. *Fuzzy Sets and Systems*, 132(1):91–106, 2002.

¹Departamento de Estadística e I.O.
Facultad de Ciencias. Campus Río San Pedro
Universidad de Cádiz
{mariaeugenia.cornejo, eloisa.ramirez}@uca.es

²Departamento de Matemáticas
CASEM. Campus Río San Pedro
Universidad de Cádiz
`jesus.medina@uca.es`

S7

Análisis Funcional

Mar 22, 11:00 - 11:45, Aula 10 — Alberto Conejero:

Cuando el Teorema de la Identidad para funciones analíticas “parece” que falla

Mar 22, 11:50 - 12:15, Aula 10 — María José Beltrán:

Operators on weighted Banach spaces of entire functions

Mar 22, 12:20 - 13:05, Aula 10 — Pedro Tradacete:

The convex hull of a Banach-Saks set

Mar 22, 17:00 - 17:45, Aula 10 — Fernando Albiac:

Differentiability of Lipschitz functions mapping into quasi-Banach spaces

Mar 22, 17:50 - 18:35, Aula 10 — Sebastián Lajara:

Construcción de funciones patológicas Gâteaux diferenciables entre espacios de Banach

Mar 22, 18:40 - 19:25, Aula 10 — Daniel Azagra:

Algunos problemas de aproximación de funciones convexas en $\mathbb{R}^n$

Mie 23, 11:00 - 11:45, Aula 10 — Antonio Peralta:

M-norms and L-norms on C^ -algebras and their dual spaces*

Mie 23, 11:50 - 12:15, Aula 10 — Simone Ferrari:

Characterizing and transferring rotund norms

Mie 23, 12:20 - 13:05, Aula 10 — Jordi Lopez Abad:

On partial Unconditionality

Mie 23, 13:10 - 13:35, Aula 10 — Carlos Hernández Linares:

Propiedad del punto fijo para espacios normados generados por seminormas

Mie 23, 17:00 - 17:45, Aula 10 — Pedro J. Miana:

Semigroup theory applied to the extension problem

Mie 23, 17:50 - 18:35, Aula 10 — Victoria Martín:

Métodos iterativos para resolver CONVEX FEASIBILITY PROBLEMS y aplicaciones

Mie 23, 18:40 - 19:25, Aula 10 — Jordi Marzo:

Random zeros of de Branges Gaussian Analytic Functions

Cuando el Teorema de la Identidad para funciones analíticas “parece” que falla

J.A. Conejero¹, G.A. Muñoz-Fernández², P. Jiménez-Rodríguez², J.B. Seoane-Sepúlveda²

El Teorema de la Identidad para funciones analíticas establece que una función analítica (real o compleja) en un dominio conexo está unívocamente determinada por sus valores en una sucesión de puntos distintos que convergen a un punto del dominio. Este resultado no es cierto en general en el caso real si rebajamos la hipótesis de analiticidad a la de ser una función infinitamente diferenciable. Nosotros mostramos cómo construir un álgebra $\mathcal{A}$ de funciones que satisfacen las siguientes propiedades:

1. $\mathcal{A}$ está incontablemente generada (es decir, el mínimo cardinal de un sistema generador de $\mathcal{A}$ es $\mathfrak{c}$),
2. toda función no nula de $\mathcal{A}$ es analítica en ninguna parte,
3. $\mathcal{A} \subset \mathcal{C}^\infty(\mathbb{R})$,
4. todo elemento de $\mathcal{A}$ tiene una cantidad infinita de ceros en $\mathbb{R}$, y
5. para toda función $f \in \mathcal{A}$ y para todo $n \in \mathbb{N}$, $f^{(n)}$ (la derivada enésima de f) se encuentra también en $\mathcal{A}$.

Ésta construcción complementa a las hechas con anterioridad por Cater y Kim & Kwon [1, 4].

Keywords: Lineabilidad, espaciabilidad, algebrabilidad, funciones analíticas, Teorema de la Identidad para funciones analíticas

MSC 2010: 15A03, 26B05

Referencias

- [1] F.S. CATER, Differentiable, nowhere analytic functions. *Amer. Math. Monthly* **91**(10), 618–624 (1984).
- [2] J.A. CONEJERO, G.A. MUÑOZ FERNÁNDEZ, P. JIMÉNEZ-RODRÍGUEZ Y J.B. SEOANE-SEPÚLVEDA, When the Identity Theorem “seems” to fail. Aceptado para su publicación en *Amer. Math. Monthly*.

- [3] P.H. ENFLO, V.I. GURARIY Y J.B. SEOANE-SEPÚLVEDA, Some results and open questions on spaceability in function spaces. Aceptado para su publicación en *Trans. Amer. Math. Soc.*
- [4] S.S. KIM Y K.H. KWON, Smooth (C^∞) but nowhere analytic functions. *Amer. Math. Monthly* **107**(3), 264–266 (2000).

¹Instituto Universitario de Matemática Pura y Aplicada
 Universitat Politècnica de València
 46022, València. España.
 aconejero@upv.es

²Departamento de Análisis
 Facultad de Matemáticas
 Universidad Complutense de Madrid
 Plaza de Ciencias 3
 28040, Madrid, España.
 pablo.jimenez.rod@gmail.com
 gustavo_fernandez@mat.ucm.es
 seoane@mat.ucm.es

Operators on weighted Banach spaces of entire functions

María José Beltrán¹, José Bonet¹, Carmen Fernández²

The purpose of this lecture is to study the differentiation operator $Df = f'$, the integration operator $Jf(z) = \int_0^z f(\zeta)d\zeta$ and the Hardy operator $Hf(z) = \frac{1}{z} \int_0^z f(\zeta)d\zeta$ on weighted Bergman spaces of entire functions $B_{p,q}(v)$, $1 \leq p \leq \infty$, $q = 0$, $1 \leq q \leq \infty$, studied by Lusky, defined by weights of exponential type. We study the boundedness, the norm, the spectrum, compactness and surjectivity of the operators, and we analyze when they are power bounded, (uniformly) mean ergodic, hypercyclic or chaotic.

Keywords: Bergman spaces, power bounded, mean ergodic, hypercyclic, chaotic

MSC 2010: 30H20, 46E15, 47A16, 47B38

References

- [1] A. ATZMON; B. BRIVE, Surjectivity and invariant subspaces of differential operators on weighted Bergman spaces of entire functions. *Bergman spaces and related topics in complex analysis, Contemp. Math., Amer. Math. Soc.* **404**, 27–39 (2006).
- [2] M.J. BELTRÁN; J. BONET, C. FERNÁNDEZ, Classical operators on weighted Banach spaces of entire functions. *To appear in Proceedings of the American Mathematical Society*.
- [3] J. BONET, Dynamics of the differentiation operator on weighted spaces of entire functions, *Math. Z.* **261**, 649–657 (2009).
- [4] J. BONET; A. BONILLA, Chaos of the differentiation operator on weighted Banach spaces of entire functions, *To appear in Complex Anal. Oper. Theory*.
- [5] W. LUSKY, On generalized Bergman spaces, *Stud. Math.* **119**, 77–95 (1996).

¹Instituto Universitario de Matemática Pura y Aplicada IUMPA
Universitat Politècnica de València
Edificio 8E, acceso F, 4 Planta, 46022 Valencia
mabelme@upv.es, jbonet@mat.upv.es

²Departamento de Análisis Matemático
Universitat de València
Edifici Investigació Jeroni Muñoz,
Avda. Doctor Moliner, 50, 46100 Burjassot
Carmen.Fdez-Rosell@uv.es

The convex hull of a Banach-Saks set

J. López-Abad¹, C. Ruiz², P. Tradacete³

A subset A of a Banach space is called Banach-Saks when every sequence in A has a Cesàro convergent subsequence (a subsequence whose arithmetic means are convergent.) Our interest in this talk focusses on the following problem: is the convex hull of a Banach-Saks set again Banach-Saks?

By means of a combinatorial argument, we show that in general the answer to the above question is negative. Partial positive results will also be discussed.

Keywords: Banach-Saks property, convex hull, Schreier spaces, Ramsey property

MSC 2010: 46B50, 05D10

¹Instituto de Ciencias Matemáticas (ICMAT)
CSIC-UAM-UC3M-UCM
C/ Nicolás Cabrera 13-15, Campus Cantoblanco, UAM 28049 Madrid, Spain
abad@icmat.es

²Departamento de Análisis Matemático
Universidad Complutense de Madrid
Ciudad Universitaria, 28040 Madrid, Spain
Cesar_Ruiz@mat.ucm.es

³Departamento de Matemáticas
Universidad Carlos III de Madrid
Avda. Universidad 30, 28911 Leganés (Madrid), Spain
ptradace@math.uc3m.es

Differentiability of Lipschitz functions mapping into quasi-Banach spaces

Fernando Albiac¹, José Luis Ansorena²

Lipschitz maps between Banach spaces are “smooth” in many cases, which makes differentiability an invaluable tool in their Lipschitz classification. There are many important reasons for studying differentiability properties of Lipschitz functions between non-locally convex quasi-Banach spaces, and the possibility to linearize them with an eye to the study of their non-linear structure is one of them. When one wants to determine whether a given mapping between quasi-Banach spaces is differentiable at a point, the first thing to do is to investigate its directional differentiability, and this leads naturally to wonder whether Lipschitz functions from the real line into a quasi-Banach space are Fréchet differentiable. Enflo felt wary about the usage of the Fréchet derivative in the context of non-locally convex quasi-Banach spaces because it had one serious defect: the lacking of a mean value-type theorem. Indeed, local convexity is not only a sufficient condition for the mean value theorem to hold, but it is also necessary [1]. The lack of local convexity in a quasi-Banach space X is also the responsible of other “pathologies” like the existence of continuously differentiable functions from $[0, 1]$ into X that fail to be Lipschitz [2]. In this talk we analyze these shortcomings and connect them with the failure of the fundamental theorem of calculus in the setting of quasi-Banach spaces.

Keywords: Lipschitz map, Quasi-Banach space, Differentiation

MSC 2010: 46A16, 46G05

References

- [1] F. ALBIAC, The role of local convexity in Lipschitz maps. *J. Convex Anal.* **18**(4), 983–997 (2011).
- [2] F. ALBIAC AND J. L. ANSORENA, Lipschitz maps and primitives for continuous functions in quasi-Banach spaces. *Nonlinear Anal.* **75**(16), 6108–6119 (2012).

¹Departamento de Matemáticas
Universidad Pública de Navarra
31006 Pamplona
fernando.albiac@unavarra.es

²Departamento de Matemáticas y Computación
Universidad de La Rioja
26004 Logroño
`jose Luis.ansorena@unirioja.es`

Construcción de funciones patológicas Gâteaux diferenciables entre espacios de Banach

Robert Deville¹, Milen Ivanov², Sebastián Lajara³

Se dice que un par de espacios de Banach reales X e Y tiene la *propiedad de salto* si existe una función Lipschitziana, acotada y Gâteaux diferenciable $F : X \rightarrow Y$ tal que

$$\|F'(x) - F'(y)\|_{\mathcal{L}(X,Y)} \geq 1$$

para cualesquiera puntos distintos $x_1, x_2 \in X$.

Este concepto fue considerado inicialmente por R. Deville y P. Hájek en [1], donde se demuestra que si X es un espacio de Banach cualquiera entonces el par (X, R) no tiene la propiedad de salto, mientras que el par (ℓ^1, R^2) sí la tiene. En esta charla mostramos que la existencia de dos operadores lineales y acotados entre los espacios de Banach X e Y , cumpliendo cierta condición adicional, garantiza que el par (X, Y) tiene la propiedad de salto. Esta condición se satisface en muchos pares de espacios de Banach clásicos, como los espacios de sucesiones de Orlicz, los espacios de funciones continuas sobre un espacio métrico compacto o los L^p .

Keywords: Funciones Gâteaux diferenciables, Geometría de espacios de Banach

MSC 2010: 46B20, 46G05; 46T20

Referencias

- [1] R. DEVILLE; P. HÁJEK, On the range of the derivative of Gateaux-smooth functions on separable Banach spaces. *Israel J. Math.* **145**, 257–269 (2005).

¹Institut de Mathématiques de Bordeaux
Université Bordeaux 1
351, cours de la Libération, 33400 Talence, France
Robert.Deville@math.u-bordeaux1.fr

²Faculty of Mathematics and Informatics
Sofia University
5 James Bourchier Blvd., 1164 Sofia, Bulgaria
milen@fmi.uni-sofia.bg

³Departamento de Matemáticas
Universidad de Castilla-La Mancha
Escuela de Ingenieros Industriales, Campus universitario, 02071 Albacete
Sebastian.Lajara@uclm.es

Algunos problemas de aproximación de funciones convexas en R^n

Daniel Azagra¹,

Expondremos algunos resultados recientes [1] sobre el tema indicado en el título. Por ejemplo: 1) toda función convexa en R^n , no necesariamente Lipschitz o fuertemente convexa, puede aproximarse, uniformemente en todo R^n , por funciones convexas real analíticas. Y 2) caracterizaremos las funciones convexas en R^n que pueden aproximarse en las topologías C^0 y C^1 finas por funciones convexas de clase C^∞ . También comentaremos algunos problemas aún abiertos en esta línea.

Keywords: Función convexa, aproximación, función real analítica.

MSC 2010: 26B25, 41A30, 52A20, 52A27, 46B20, 49N99, 58E99.

Referencias

- [1] D. AZAGRA, *Global and fine approximation of convex functions*, Proc. London Math. Soc., en prensa.

¹ICMAT-UCM

Departamento de Análisis Matemático
Universidad Complutense
28040 Madrid
azagra@mat.ucm.es

M -norms and L -norms on C^* -algebras and their dual spaces

Antonio M. Peralta¹

Elements a, b in a C^* -algebra A are said to be (*algebraically*) *orthogonal* ($a \perp b$) whenever $ab^* = b^*a = 0$. This algebraic property has some geometric implications, for example, orthogonal elements in A are (*geometrically*) *M -orthogonal* in the underlying Banach space, that is, $\|a \pm b\|_0 = \max\{\|a\|_0, \|b\|_0\}$ whenever $a \perp b$, where $\|\cdot\|_0$ denotes the (original) C^* -norm on A .

A norm $\|\cdot\|_m$ on A is said to be an *M -norm* (resp., a *semi- M -norm*) if for every a, b in A with $a \perp b$ we have $\|a + b\|_m = \max\{\|a\|_m, \|b\|_m\}$ (resp., $\|a + b\|_m \geq \max\{\|a\|_m, \|b\|_m\}$). The original C^* -norm, $\|\cdot\|_0$, is an M -norm on A . However, an M -norm on A need not satisfy the Gelfand-Naimark axiom.

In a more general setting, given $1 \leq p \leq \infty$, elements a and b of a non-commutative $L^p(M, \tau)$ space associated to a von Neumann algebra, M , equipped with a normal semi-finite faithful trace τ , are called orthogonal (written $a \perp b$) if $l(a)l(b) = r(a)r(b) = 0$, where $l(x)$ and $r(x)$ denote the left and right support projections of x . From the geometric point of view, $a, b \in L^p(M, \tau)$ are orthogonal if, and only if, $\|a + b\|_p^p = \|a - b\|_p^p = \|a\|_p^p + \|b\|_p^p$, where $\|\cdot\|_p$ denotes the natural norm on $L^p(M, \tau)$, that is, a is (geometrically) *p -orthogonal* to both b and $-b$.

When A denotes a C^* -algebra or a non-commutative L^p space, a norm $\|\cdot\|$ on A is a *p -norm* or a *p -additive norm* (resp., an *M -norm*) if $\|a \pm b\|^p = \|a\|^p + \|b\|^p$ (resp., $\|a \pm b\| = \max\{\|a\|, \|b\|\}$) whenever $a \perp b$ in A . The notion of orthogonality also makes sense in the predual of a general (not necessarily tracial) von Neumann algebra N . Thus, we can similarly consider the notions of M -norm and p -norm on the predual of a von Neumann algebra. Due to the natural connections to the theory of L -ideals, 1-norms are sometimes referred to as *L -norms*.

We shall present in this talk the latest advances in the study of the following problems:

- ✓ Is every complete semi- M -norm on a C^* -algebra automatically continuous with respect to the original C^* -norm?
- ✓ Is every complete p -norm on a non-commutative L^p space equivalent to the original norm of that space?

In a recent series of papers, obtained in collaboration with Timur Oikhberg (University of California - Irvine and University of Illinois at Urbana-Champaign), Daniele Puglisi (Kent State University and University of Catania) and Maribel Ramírez (Universidad de Almería), we establish that every complete (semi-) M -norm on a von

Neumann algebra or on a compact C^* -algebra A is equivalent to the original C^* -norm of A . We further give a positive answer to the second problem for non-commutative L^p spaces arising from commutative von Neumann algebras and from discrete von Neumann algebras. It will be also shown that the original norm on $L^p(M, \tau)$ is not equivalent to any q -norm, for $q \neq p$, unless M is finite dimensional; a C^* -algebra admits a continuous and complete q -norm ($1 \leq q < \infty$) if, and only if, it is finite dimensional, while a von Neumann algebra M has a continuous and complete M -norm on its predual if, and only if, M is finite dimensional.

Keywords: non-commutative L^p spaces, Banach lattices, C^* -algebras, von Neumann algebras, orthogonality preservers, p -orthogonality

MSC 2010: 46B04, 46B42, 46L52

References

- [1] T. Oikhberg, A. M. Peralta and M. Ramírez, Automatic continuity of M -norms on C^* -algebras. *J. Math. Anal. Appl.*, **381**, 799-811 (2011).
- [2] T. Oikhberg, A.M. Peralta, D. Puglisi, Automatic continuity of orthogonality or disjointness preserving bijections, to appear in *Rev. Mat. Complut.*. DOI 10.1007/s13163-011-0089-0.

¹Departamento de Análisis Matemático, Universidad de Granada
Facultad de Ciencias 18071, Granada, Spain.
aperalta@ugr.es

Characterizing and transferring rotund norms

S. Ferrari¹, J. Orihuela² and M. Raja³

A norm on a normed space is said to be *rotund*, or *strictly convex*, if the unit sphere does not contain non-trivial segment. In the first part of the talk we will use Deville's master lemma in order to prove some topological characterization results of the existence of an equivalent rotund norm, in particular we will show that if the unit sphere admits a G_δ -diagonal-type cover, then we can construct an equivalent rotund norm. In the second part we will prove some transference results, i.e. we will study which conditions we have to put on a, in general nonlinear, function $\Phi : X \rightarrow Y$ such that if X (resp. Y) has a rotund norm, then Y (resp. X) admits an equivalent rotund norm.

Keywords: Banach space, Strictly convex norms, Renorming

MSC 2010: 46B03 (46B20, 46B26)

References

- [1] DEVILLE, ROBERT; GODEFROY, GILLES AND ZIZLER, VÁCLAV, *Smoothness and renormings in Banach spaces*. Longman Scientific & Technical, Harlow, 1993.
- [2] MOLTÓ, ANÍBAL; ORIHUELA, JOSÉ; TROYANSKI, STANIMIR AND VALDIVIA, MANUEL, *A nonlinear transfer technique for renorming*. Springer-Verlag, Berlin, 2009.
- [3] ORIHUELA, JOSÉ; SMITH, RICHARD J. AND TROYANSKI, STANIMIR, Strictly convex norms and topology. *Proc. Lond. Math. Soc. (3)* **104**(1), 197–222 (2012).
- [4] ORIHUELA, J. AND TROYANSKI, S., Deville's master lemma and Stone's discreteness in renorming theory. *J. Convex Anal.* **16**(3-4), 959–972 (2009).
- [5] SMITH, RICHARD J. AND TROYANSKI, STANIMIR, Renormings of $C(K)$ spaces. *Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fís. Nat. Ser. A Math. RACSAM* **104**(2), 375–412 (2010).

¹Dipartimento di Matematica
Università degli studi
Via C. Saldini 50, 20133 Milano, Italy
zeferrar@msn.com

²Departamento de Matemáticas
Universidad de Murcia
Campus de Espinardo, 30100 Espinardo, Murcia, Spain
joseori@um.es

³Departamento de Matemáticas
Universidad de Murcia
Campus de Espinardo, 30100 Espinardo, Murcia, Spain
matias@um.es

On partial Unconditionality

J. Lopez-Abad¹

Recall that a (Schauder) basic sequence $(x_n)_n$ in a Banach space is called *unconditional* when any series $\sum_n a_n x_n$ converges if and only if $\sum_n |a_n| x_n$ converges, or, quantitatively, when there is a constant $C \geq 1$ such that $\|\sum_n \varepsilon_n a_n x_n\| \leq C \|\sum_n a_n x_n\|$ for every $(a_n)_n$ and every sequence of signs $(\varepsilon_n)_n$. It is well known that there are basic sequences which are not unconditional, like the Haar basis of L_1 or the Schauder basis of $C[0, 1]$. Moreover, there are basic sequences without unconditional subsequences: The summing basis of c_0 , the Maurey-Rosenthal weakly-null sequence [5] in $C(\omega^2)$ or the more recent example by Johnson-Maurey-Schechtman [4] of a weakly-null sequence in L_1 . We explicitly mention the fact that the two last sequences are weakly-null because it is known that these sequences always have subsequences having some form of partial unconditionality, as for example Schreier-unconditionality or near-unconditionality.

Recall that a sequence $(x_n)_n$ in a Banach space $(X, \|\cdot\|)$ is called δ -near-unconditional, $0 < \delta < 1$, with constant C when for every sequence of scalars $(a_n)_n$ with $\sup_n |a_n| \leq 1$ and every $s \subset \{n \in \mathbb{N} : |a_n| \geq \delta\}$ one has that

$$\left\| \sum_{n \in s} a_n x_n \right\| \leq C \left\| \sum_n a_n x_n \right\|.$$

Theorem 1 (Elton,[3]). *Given $0 < \delta < 1$, every normalized weakly null sequence has a δ -near-unconditional subsequence with constant proportional to $\log(1/\delta)$.*

The following is unknown.

Problem 1 (Dilworth, Odell, Schlumprecht and Zsák,[1]). *Does there exists a constant C such that for every $\delta > 0$ every normalized weakly null sequence has a δ -Elton-unconditional subsequence with constant C ?*

The only known result is that such constant must be $> 5/4$. In this talk we will present this problem and several combinatorial reformulations of it.

Keywords: Unconditional basic sequences, Ramsey properties

MSC 2010: 46B15, 05D10

References

- [1] S. J. DILWORTH, E. ODELL, TH. SCHLUMPRECHT AND A. ZSÁK, Partial unconditionality. *Houston J. Math.* **35**(4), 1251–1311 (2009).
- [2] J. LOPEZ-ABAD AND S. TODORCEVIC, Partial unconditionality of weakly null sequences. *RACSAM* **100**(1-2), 237–277 (2006).
- [3] J. ELTON, Weakly null normalized sequences in Banach spaces. Ph.D. thesis, Yale Univ., 1978.
- [4] W. B. JOHNSON, B. MAUREY AND G. SCHECHTMAN, Weakly null sequences in L_1 . *J. Amer. Math. Soc.* **20**(1), 25–36 (2007).
- [5] B. MAUREY AND H. P. ROSENTHAL, Normalized weakly null sequence with no unconditional subsequence. *Studia Math.* **61**(1), 77–98 (1977).

¹Instituto de Ciencias Matemáticas

CSIC-UAM-UC3M-UCM.

C/Nicolás Cabrera 13-15, Campus Cantoblanco, UAM 28049 Madrid, Spain

abad@icmat.es

Propiedad del punto fijo para espacios normados generados por seminormas

Carlos Alberto Hernández Linares¹, María Ángeles Japón Pineda²

Sea $(X, \|\cdot\|)$ un espacio de Banach. Sea C un subconjunto convexo cerrado y acotado de X , decimos que un operador $T : C \rightarrow C$ tiene un punto fijo si existe $x \in C$ tal que $Tx = x$. El operador T es K -Lipschitziano, para $K \geq 0$, si $\|Tx - Ty\| \leq K\|x - y\|$ para todo x e y en C .

Si $K < 1$ el operador es llamado una contracción y la existencia de puntos fijos es una consecuencia directa del principio de contracción de Banach [1, 1922].

Si $K > 1$ no es posible dar resultados generales sobre la existencia de puntos fijos, pues en un espacio de Hilbert siempre es posible construir para todo $K > 1$ un operador K -Lipschitziano y sin puntos fijos [8, 1965]. Esto mismo es cierto para todo subconjunto convexo no compacto de un espacio de Banach infinito dimensional [10, 1985].

Cuando $K = 1$ se dice que el operador es no expansivo. Hubieron de transcurrir más de 40 años para obtener los primeros resultados positivos para este tipo de operadores. Estos resultados fueron probados independientemente por F. E. Browder, D. Gödhe y W. A. Kirk [2, 5, 8, 1965] para espacios de Hilbert, espacios de Banach uniformemente convexos o con estructura normal, respectivamente. Estos resultados motivaron la siguiente definición: un espacio de Banach tiene la propiedad del punto fijo (PPF) si todo operador no expansivo definido sobre un conjunto convexo cerrado y acotado en sí mismo tiene un punto fijo.

A partir de este momento se desarrolló una amplia teoría imponiendo condiciones geométricas al espacio de Banach que garantizaran la existencia de puntos fijos para operadores no expansivos, véase [9] y las referencias que en él se encuentran. En los teoremas de este tipo era usual que además de la condición geométrica fuera necesario suponer la reflexividad del espacio o que la propiedad geométrica implicara la reflexividad. Por lo anterior durante mucho tiempo se pensó que la PPF y la reflexividad eran propiedad equivalentes. Sin embargo, en el año 2008 P. K. Lin dio el primer ejemplo de un espacio de Banach no reflexivo [11], diversos autores han dado más ejemplos espacios de Banach no reflexivos con la PPF [3, 4, 6, 7].

Las normas de los espacios de los ejemplos mostrados en las publicaciones referidas están inducida por familias de seminormas. Por ello nos enfocaremos en los espacios de Banach X cuya norma es generada por una familia de seminormas que separa puntos, i.e. existe una familia $\mathcal{F} = \{\rho_k(\cdot)\}_{k \in \mathbb{N}}$ tal que $\|x\|_X = \sup_k \rho_k(x)$, de modo que tal familia separe puntos y que satisfaga algunas condiciones especiales. Bajo esas condiciones es posible deducir la PPF para estos espacios. También

es posible dar resultados de punto fijo para una clase más amplia de operadores, y en algunos casos estos espacios resultan ser un renormamiento de algún espacio de Banach que con la norma original fallaba la FPP.

Keywords: Propiedad del punto fijo, renormamiento, operador no expansivo

MSC 2010: 46B03, 47H10

Referencias

- [1] S. BANACH, *Sur les opérations dan les ensembles abstraits et leurs applications aux équations intégrales*. Fund. Math. **3**, 1922.
- [2] F. E. BROWDER, Nonexpansive nonlinear operators in a Banach space. *Proc. Nat. Acad. Sci.* **54**, 1041 – 1044 (1965).
- [3] F. E. CASTILLO-SANTOS, *Connections between geometrical and fixed point properties*, Ph. D. Thesis, University of Newcastle, Australia, 2010.
- [4] H. FETTER, Personal communication, (2009).
- [5] D. GÖDHE, Zum prinzip der kontraktiven abbildung. *Math. Nach.* **30**, 251 – 258 (1965).
- [6] C. A. HERNÁNDEZ-LINARES; M. A. JAPÓN-PINEDA, A renorming in some Banach spaces with applications to fixed point theory. *J. Funct. Anal.* **258** (10), 3452 – 3468 (2010).
- [7] C. A. HERNÁNDEZ-LINARES; M. A. JAPÓN-PINEDA; E. LLORENS-FUSTER, On the structure of the set of equivalent norms on ℓ_1 with the fixed point property. *J. Math. Anal. Appl.* **387**, 645 – 654 (2012).
- [8] W. A. KIRK, A fixed point theorem for mappings which do not increase distances. *Amer. Math. Monthly* **72**, 1004 – 1006 (1965).
- [9] W. A. KIRK; B. SIMS, *Handbook of Metric Fixed Point Theory*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 2001.
- [10] P. K. LIN; Y. STERNFELD, Convex sets with the Lipschitz fixed point property are compact. *Proc. Amer. Math. Soc.* **93**, 633 – 639 (1985).
- [11] P. K. LIN, There is an equivalent norm on ℓ_1 that has the fixed point property. *Nonlinear Anal.* **68** (8), 2303 – 2308 (2008).

¹Departamento de Análisis Matemático
Universidad de Valencia
Dr. Moliner 50, Edificio de Investigación Jeroni Muñoz, Burjassot
carlos.a.hernandez@uv.es

²Departamento de Análisis Matemático
Universidad de Sevilla
Avenida de la Reina Mercedes, s/n, Sevilla
japon@us.es

Semigroup theory applied to the extension problem

José E. Galé¹, Pedro J. Miana¹, Pablo R. Stinga²

We extend results of Caffarelli-Silvestre and Stinga-Torrea regarding a characterization of fractional powers of differential operators via an extension problem. Conversely, a solution to the extension problem is given in terms of the fractional power. Our main result applies to generators A of integrated semigroups, in particular to operators with purely imaginary symbol. We also give a result on the growth of perturbed tempered α -times integrated semigroups, that could be of independent interest.

Keywords: Extension problem, Fractional power, Dirichlet-to-Neumann operators, Operator semigroups, Differential operators

MSC 2010: 41A65, 46J15, 30B60, 26A12

References

- [1] L. Caffarelli and L. Silvestre, An extension problem related to the fractional Laplacian, *Comm. Partial Differential Equations* **32** (2007), 1245–1260.
- [2] P. R. Stinga and J. L. Torrea, Extension problem and Harnack’s inequality for some fractional operators, *Comm. Partial Differential Equations* **35** (2010), 2092 – 2122.

¹Departamento de Matemáticas & I.U.M.A.
Universidad de Zaragoza
50009–Zaragoza, Spain
gale@unizar.es, pjmiana@unizar.es

²Departamento de Matemáticas
Universidad Autónoma de Madrid
28049–Madrid, Spain
pablo.stinga@uam.es

Métodos iterativos para resolver CONVEX FEASIBILITY PROBLEMS y aplicaciones

Victoria Martín Márquez¹

Un gran número de problemas en matemáticas y otras áreas científicas pueden formularse como un Convex Feasibility Problem (CFP), que consiste en buscar un punto en la intersección de un número finito de conjuntos cerrados y convexos. Por ello, los algoritmos para resolver este tipo de problema siguen siendo el centro de estudio de muchos investigadores. Debido a que en aplicaciones uno podría no saber a priori si la intersección de dichos conjuntos es no vacía, el caso inconsistente despierta especial interés y presenta aún muchas preguntas sin resolver. Otros dos problemas íntimamente relacionados son el Split Feasibility Problem (SFP) y el Multiple-Sets Split Feasibility Problem (MSSFP), ambos aplicados a la resolución de problemas inversos donde las restricciones son impuestas en el dominio y rango de un operador lineal. El SFP aparece por primera vez en 1994 [2] con el fin de modelar problemas de procesamiento de señales, mientras el MSSFP se presentó en 2005 [3] para modelar problemas en Terapia de Radiación con Intensidad Modulada. Presentaremos en esta charla algunas contribuciones a esta teoría en el marco de los espacios de Hilbert, junto con algunos experimentos numéricos que ilustran la implementación de los métodos iterativos propuestos (ver [1, 4, 5]).

Keywords: Convex Feasibility Problem, espacio de Hilbert, aplicación nonexpansiva, operador maximal monotone, algoritmo de proyección, procesamiento de señales

MSC 2010: 47H05, 47H09, 47H10, 90C25

Referencias

- [1] BAUSCHKE H.; MARTÍN-MÁRQUEZ V.; MOFFAT S.; WANG S., Compositions and convex combinations of asymptotically regular firmly nonexpansive mappings are also asymptotically regular. *Fixed Point Theory and Applications* **2012**:53, 1–11 (2012).
- [2] CENSOR Y.; ELFVING T., A multiprojection algorithms using Bregman projection in a product space. *J. Numer. Algorithm* **8**, 221–239 (1994).

- [3] CENSOR Y.; ELFVING T.; KOPF N.; BORTFELD T., The multiple-sets split feasibility problem and its applications for inverse problems. *Inverse Problems* **21**, 2071-2084 (2005).
- [4] LÓPEZ G.; MARTÍN-MÁRQUEZ V.; WANG F.; XU H.-K., Solving the split feasibility problem without prior knowledge of matrix norms. *Inverse Problems* **28**(8), 085004, 18 pp. (2012).
- [5] LÓPEZ G.; MARTÍN-MÁRQUEZ V.; XU H.-K., Iterative algorithms for the multiple-sets split feasibility problem. En *Biomedical Mathematics: Promising Directions in Imaging, Therapy Planning and Inverse Problems*, Medical Physics Publishing, Madison, WI, USA, 2010.

¹Departamento de Análisis Matemático
 Universidad de Sevilla
 Reina Mercedes SN, Sevilla, 41012
 victoriam@us.es

Random zeros of de Branges Gaussian Analytic Functions

Jorge Antezana¹, Jordi Marzo², Jan-Fredrik Olsen³

To model random configurations of points is of interests in e.g. nuclear physics and astronomy. One such model is obtained by considering the zeros of Gaussian Analytic Functions. It establishes a link with Functional Spaces with Reproducing Kernels. In our work we study some properties of these random configurations generated in some de Branges spaces: the Paley-Wiener space and the spaces associated with the Airy and Bessel functions.

Keywords: Gaussian analytic functions, de Branges spaces, Gap probabilities

MSC 2010: 60G15, 60G55, 42B35

¹Instituto Argentino de Matemática “Alberto P. Calderón”
CONICET
Saavedra 15, 3er piso (C1083ACA), Buenos Aires, Argentina
antezana@mate.unlp.edu.ar

²Departament de Matemàtica Aplicada i Anàlisi
Universitat de Barcelona
Gran Via 585, 08007, Barcelona, España
jmarzo@ub.edu

³Centre for Mathematical Sciences
Lund University
P.O. Box 118, SE-221 00 Lund, Suecia
janfreol@maths.lth.se

S8

Análisis Complejo y Teoría de Operadores

Jue 24, 11:00 - 11:45, Aula 10 — J.R. Partington:

Near invariance and kernels of Toeplitz operators

Jue 24, 11:45 - 12:30, Aula 10 — S. Pott:

On Toeplitz products on Bergman spaces

Jue 24, 12:30 - 13:15, Aula 10 — S. Pérez-Esteva:

Operadores de Toeplitz y normas mixtas

Jue 24, 17:00 - 17:45, Aula 10 — A. Nicolau:

Inner functions with derivative in the weak Hardy space

Jue 24, 17:45 - 18:30, Aula 10 — D. Girela:

Superposition operators between Q^s -spaces and spaces of Dirichlet type

Jue 24, 18:30 - 19:15, Aula 10 — M.J. Martín:

Derivada Schwarziana de funciones armónicas

Jue 24, 19:15 - 20:00, Aula 10 — G. Curbera:

The Cèsaro operator acting on l^p and consequences for Hardy spaces on the disc

Vie 25, 11:00 - 11:45, Aula 10 — I. Chalendar:

Prime and semi-prime inner functions

Vie 25, 11:45 - 12:30, Aula 10 — D. García:

Bohr's absolutely convergence problem

Vie 25, 12:30 - 13:15, Aula 10 — C.C. Cowen:

Rota's Universal Operators and invariant subspaces in Hilbert spaces

Near invariance and kernels of Toeplitz operators

M. Cristina Câmara¹, Jonathan R. Partington²

This talk presents the work of [2], a study of kernels of Toeplitz operators on scalar and vector-valued H_p spaces (for $1 < p < \infty$). The property of near invariance of a kernel for the backward shift is shown to hold in much greater generality. In the scalar case, and in some vectorial cases, the existence of a minimal kernel containing a given function is established, and a corresponding Toeplitz symbol is determined; thus for rational symbols its dimension can be easily calculated. It is shown that every Toeplitz kernel in H_p is the minimal kernel for some function lying in it. Some recent related work can be found in [1, 3, 4].

Keywords: Toeplitz operator, Toeplitz kernel, nearly-invariant subspace, model space, inner–outer factorization, Riemann–Hilbert problem

MSC 2010: 47B35, 30H10, 46E40

References

- [1] C. BENHIDA, M. C. CÂMARA AND C. DIOGO, Some properties of the kernel and the cokernel of Toeplitz operators with matrix symbols. *Linear Algebra Appl.* **432**(1), 307–317 (2010).
- [2] M. C. CÂMARA AND J. R. PARTINGTON, Near invariance and kernels of Toeplitz operators. Submitted (2012).
- [3] I. CHALENDAR, N. CHEVROT, AND J. R. PARTINGTON, Nearly invariant subspaces for backwards shifts on vector-valued Hardy spaces. *J. Operator Theory* **63**(2), 403–415 (2010).
- [4] N. CHEVROT, Kernel of vector-valued Toeplitz operators. *Integral Equations Operator Theory* **67**(1), 57–78 (2010).

¹Departamento de Matemática,
Centro de Análise Matemática, Geometria e Sistemas Dinâmicos,
Instituto Superior Técnico,
Av. Rovisco Pais,
1049-001 Lisboa, Portugal.
ccamara@math.ist.utl.pt

²School of Mathematics,
University of Leeds,
Leeds LS2 9JT, U.K.
`j.r.partington@leeds.ac.uk`

On Toeplitz products on Bergman space

Alexandru Aleman¹, Sandra Pott², Maria Carmen Reguera³

In the early 90's, D. Sarason posed conjectures on the characterization of the boundedness of Toeplitz products on Hardy and Bergman spaces. The Hardy space case attracted much attention because of its close relation to the joint A_2 conjecture for the famous two-weight problem for the Hilbert transform in Real Analysis, pointed out by Cruz-Urbe in [1], but both conjectures, the Sarason conjecture for Toeplitz products on Hardy space and the joint A_2 conjecture, were shown to be false by F. Nazarov around 2000 [2].

The Bergman space case of Sarason's conjecture is still open, and is likewise connected to two-weighted inequalities on Bergman space.

In the talk, I will present a dyadic model for Toeplitz products on Bergman space, give necessary and sufficient conditions in this case, comment on necessary and sufficient conditions for the Toeplitz products, and present some counterexamples of extended versions of the Sarason Conjecture.

Keywords: Bergman space, Toeplitz operators, dyadic models

MSC 2010: Primary: 47B38, 30H20 Secondary: 42C40, 42A61, 42A50

References

- [1] D. Cruz-Urbe, *The invertibility of the product of unbounded Toeplitz operators*, Integral Equations Operator Theory 20 (1994), no. 2, 231 – 237
- [2] F. Nazarov, unpublished manuscript
- [3] D. Sarason, *Products of Toeplitz operators*, in: Linear and complex analysis. Problem book 3, Part I. Edited by V. P. Havin and N. K. Nikolski, Lecture Notes in Mathematics, 1573. Springer-Verlag, Berlin, 1994

¹Centre for Mathematical Sciences
Lund University
Sölvegatan 18, 22100 Lund, Sweden
aleman@maths.lth.se

²Centre for Mathematical Sciences
Lund University
Sölvegatan 18, 22100 Lund, Sweden
sandra@maths.lth.se

³Department of Mathematics
Universitat Autònoma de Barcelona
Bellaterra (Barcelona), Spain
mreguera@mat.uab.cat

Operadores de Toeplitz y normas mixtas

Oscar Blasco¹, Salvador Pérez Esteva¹

Estudiamos clases $S(p, q)$ de operadores T en el espacio de Bergman en el disco A_2 tales que $\left(\sum_j \|T\Delta_j\|_p^q\right)^{1/q} < \infty, p, q > 0$ donde $\|\cdot\|_p$ definen las clases de Schatten en A_2 , la proyección $\Delta_j f = \sum_{n \in I_j} a_n z^n$ para $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ y $I_j = [2^j - 1, 2^{j+1}) \cap (N \cup \{0\})$ para $j \in N \cup \{0\}$. Se verá la relación de esta propiedad con las normas mixtas de la transformada de Berezin de T y de la función asociada $f_T(z) = \|T(k_z)\|$ donde k_z es el núcleo de Bergman normalizado. En el caso de operadores de Toeplitz, estas clases están relacionadas con los llamados operadores de Schatten-Herz donde la descomposición diádica de los operadores se hace en el símbolo del operador, mediante la descomposición del disco en anillos diádicos.

Keywords: Toeplitz operators, Schatten classes, Berezin transform

MSC 2010: 47B35, 46E30

Referencias

- [1] O. BLASCO, S. PÉREZ-ESTEVA, Schatten-Herz operators, Berezin transform and mixed norm spaces, *Integr. equ. oper. theory* **71**(1), 65-90 (2011).
- [2] B.R. CHOE, H. KOO AND K. NA., Positive Toeplitz operators of Schatten-Herz type, *Nagoya Math J.* **185**, 31-62(2007).
- [3] L.G. GHEORGHE, A note on Toeplitz operators in Schatten-Herz classes associates with rearrangement-invariant spaces, *Integr. equ. oper. theory* **63**, 217-225(2009).
- [4] M. LOAIZA, M. LÓPEZ GARCÍA AND S. PÉREZ-ESTEVA, Herz Classes and Toeplitz Operators in the Disk, *Integr. equ. oper. theory* **53**, 287–296(2005).

¹Departamento de Matemáticas
Universidad de Valencia
46100-Burjassot, Valencia
Oscar.Blasco@uv.es

²Instituto de Matemáticas, Unidad Cuernavaca
Universidad Nacional Autónoma de México
A.P. 273-3, ADMON 3
Cuernavaca, Mor C.P. 62251
México
spes-teva@im.unam.mx

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

Inner functions with derivatives in the Weak Hardy Space

Joseph A. Cima¹, Artur Nicolau²

It will be proved that exponential Blaschke products are the inner functions whose derivative is in the weak Hardy space. Exponential Blaschke products will be described in terms of their logarithmic means and in terms of the behavior of the derivatives of functions in the corresponding model space. Joint work with Joseph A. Cima

Keywords: Inner Function, Weak Hardy space, Model Space

MSC 2010: 30H10 , 30H05

¹Department of Mathematics
University of North Carolina
Chapel Hill NC 27599, USA
cima@email.unc.edu

²Departament de Matemàtiques
Universitat Autònoma de Barcelona
08193 Bellaterra, Barcelona
artur@mat.uab.cat

Superposition operators between Q^s -spaces and spaces of Dirichlet type

Daniel Girela

If φ is an entire function then the superposition operator S_φ is defined by

$$S_\varphi(f)(z) = \varphi(f(z)), \quad f \in \mathcal{H}ol(\mathbb{D}), \quad z \in \mathbb{D}.$$

We raise the question of characterizing the entire functions φ which transform the conformally invariant space Q^s ($0 \leq s < \infty$) into the space of Dirichlet type $\mathcal{D}_\alpha^p$ ($0 < p < \infty$, $\alpha > -1$) by superposition, and conversely. We shall pay a special attention to the case $s = 1$ and $\alpha = p - 1$, that is, we shall deal mainly with the superposition operators between $BMOA$ and the spaces $\mathcal{D}_{p-1}^p$ and compare them with those between $BMOA$ and the Hardy spaces H^p .

The content of this talk is based on work in collaboration with M. Auxiliadora Márquez.

Keywords: Superposition operators, Spaces of Dirichlet type, $BMOA$, Q^s -spaces, Besov spaces

MSC 2010: 30H25, 47H30

Departamento de Análisis Matemático
Universidad de Málaga
29071 Málaga, Spain
girela@uma.es

Derivada Schwarziana de funciones armónicas

María J. Martín¹

La *derivada Schwarziana* de una función analítica localmente univalente F se define como

$$S(F) = \left(\frac{F''}{F'} \right)' - \frac{1}{2} \left(\frac{F''}{F'} \right)^2.$$

Este operador –cuya definición se atribuye a H. Schwarz (1843 – 1921) aunque Kummer [6] ya lo había utilizado en 1836 en su estudio de ecuaciones diferenciales hipergeométricas– juega un importante papel en la teoría de funciones univalentes y espacios de Teichmüller.

Krauss [5] demostró que $\|S(F)\| = \sup_{z \in \mathbf{D}} |S(F)(z)| \cdot (1 - |z|^2)^2 \leq 6$ para toda función analítica F que pertenece a la clase $\mathcal{S}$ de funciones holomorfas *univalentes* en el disco unidad $\mathbf{D}$ con la normalización $F(0) = F'(0) - 1 = 0$.

En 1964, Pommerenke [7] estudia las llamadas *familias linealmente invariantes* $\mathcal{F}$ y encuentra una relación entre la derivada Schwarziana y el segundo coeficiente de Taylor $a_2(F)$ de las funciones $F \in \mathcal{F}$. Concretamente, demuestra que para este tipo de familias,

$$\sup_{F \in \mathcal{F}} |a_2(F)| \leq \sqrt{1 + \frac{\sup_{F \in \mathcal{F}} \|S(F)\|}{2}}. \quad (1)$$

La clase $\mathcal{S}$ resulta ser linealmente invariante. Como consecuencia directa del teorema de Krauss y de (1), se obtiene el famoso teorema de Bieberbach que afirma que el módulo del segundo coeficiente de Taylor de toda función $F \in \mathcal{S}$ es menor o igual a 2.

En un dominio simplemente conexo Ω del plano complejo, una función armónica f puede escribirse como $f = h + \bar{g}$, donde h y g son funciones analíticas en Ω . La clase análoga a $\mathcal{S}$ en el caso armónico es la familia S_H^0 de funciones armónicas univalentes $f = h + \bar{g}$ en $\mathbf{D}$ con $h(0) = g(0) = g'(0) = 1 - h'(0) = 0$. Existe un gran número de problemas no resueltos en esta clase. Uno de los más importantes es el llamado “problema del a_2 ”:

Es cierto que si $f = h + \bar{g} \in S_H^0$, el segundo coeficiente de Taylor $a_2(h)$ de h satisface que $|a_2(h)| < 5/2$?

Una respuesta afirmativa implicaría resultados precisos en teoremas de distorsión y recubrimiento para la clase S_H^0 . La mejor cota conocida hasta el momento para $|a_2(h)|$ es 49.

Utilizando las propiedades geométricas de la superficie mínima asociada a una aplicación armónica en el disco unidad con segunda dilatación compleja $\omega = q^2$ - para cierta aplicación analítica q en $\mathbf{D}$ -, Chuaqui, Duren y Osgood [3] propusieron una definición de derivada Schwarziana S_1 para este tipo de funciones armónicas. No obstante, esa condición sobre la dilatación hace que la definición no sea, en cierta forma, la más natural. Recientemente (véase [4]), hemos presentado una nueva propuesta de derivada Schwarziana S_2 definida, esta vez, para *todas* las aplicaciones armónicas localmente univalentes en el disco unidad usando un procedimiento análogo a aquel empleado por Tamanoi [8] para la derivada Schwarziana clásica.

En esta charla, mostraremos que los resultados obtenidos por Chuaqui, Duren y Osgood también son ciertos para la “nueva” derivada Schwarziana S_2 . En particular, obtenemos que $M = \sup_{f \in S_H^0} \|S_2(f)\|$, donde $\|S_2(f)\| = \sup_{z \in \mathbf{D}} |S_2(f)(z)| \cdot (1 - |z|^2)^2$, es finito. También veremos que la nueva derivada posee una importante propiedad que no es satisfecha por S_1 : Su invarianza por pre-composiciones con funciones armónicas afines. Utilizando esta propiedad, generalizamos los resultados clásicos de Ahlfors [1] y Becker [2] sobre las extensiones quasiconformes de funciones analíticas. Finalmente, demostraremos que la siguiente fórmula se cumple para las funciones en S_H^0 :

$$\sup_{f=h+\bar{g} \in S_H^0} |a_2(h)| \leq \sqrt{\frac{3}{2} + \frac{M}{2}}.$$

Este es un trabajo conjunto con los profesores M. Chuaqui y R. Hernández.

Keywords: Derivada Schwarziana, univalencia, aplicaciones armónicas, extensión quasiconforme, problema del a_2 (a_2 -problem)

MSC 2010: 30C55, 30C45, 31A05

Referencias

- [1] L. AHLFORS, Sufficient conditions for quasiconformal extension, *Ann. Math. Studies* **79**, 23–29 (1974).
- [2] J. BECKER, Löwnersche differentialgleichung und quasikonform fortsetzbare schlichte functionen, *J. Reine Angew. Math.* **255**, 23–43 (1972).
- [3] M. CHUAQUI, P. L. DUREN, AND B. OSGOOD, The Schwarzian derivative for harmonic mappings, *J. Anal. Math.* **91**, 329–351 (2003).
- [4] R. HERNÁNDEZ AND M. J. MARTÍN, Pre-Schwarzian and Schwarzian derivatives of harmonic mappings. Submitted. (2012).

- [5] W. KRAUSS, Über den Zusammenhang einiger Charakteristiken eines einfach zusammenhängenden Bereiches mit der Kreisabbildung. *Mitt. Math. Sem. Geissen* **21**, 1–28 (1932).
- [6] E. KUMMER, Über die hypergeometrische Reihe . . . , *J. Reine. Angew. Math.* **15**, 39–83; 127–172 (1836).
- [7] CH. POMMERENKE, Linear-invariante Familien analytischer Funktionen I. *Math. Ann.* **155**, 108–154 (1964).
- [8] H. TAMANOI, Higher Schwarzian operators and combinatorics of the Schwarzian derivative, *Math. Ann.* **305**, 127–151 (1996).

¹Departamento de Matemáticas
 Universidad Autónoma de Madrid
 Facultad de Ciencias (Módulo 17). 28049, Madrid, España
 mariaj.martin@uam.es

The Cesàro operator acting on ℓ^p and consequences for Hardy spaces on the disc

Guillermo P. Curbera

The Cesàro operator on sequences, given by

$$a = (a_n)_0^\infty \in \mathbb{C}^\mathbb{N} \longmapsto \mathcal{C}(a) := \left(\frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n a_k \right)_{n=0}^\infty \in \mathbb{C}^\mathbb{N},$$

is known to be bounded on ℓ^p , for $1 < p < \infty$. From this starting point several sequence spaces arise, as

$$ces_p := \left\{ a = (a_n)_0^\infty \in \mathbb{C}^\mathbb{N} : \mathcal{C}(|a|) = \left(\frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n |a_k| \right)_{n=0}^\infty \in \ell^p \right\},$$

which has been thoroughly studied by Bennett, [1], and

$$[\mathcal{C}, \ell^p] := \left\{ a = (a_n)_0^\infty \in \mathbb{C}^\mathbb{N} : \mathcal{C}(a) = \left(\frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n a_k \right)_{n=0}^\infty \in \ell^p \right\},$$

which has been considered in [2] and [3]. We study the Cesàro operator on these sequence spaces, and deduce consequences for the Cesàro operator acting on the Hardy spaces on the disc:

$$f(z) = \sum_{n=0}^\infty a_n z^n \in H^p(\mathbb{D}) \longmapsto \mathcal{C}(f)(z) := \sum_{n=0}^\infty \left(\frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n a_k \right) z^n \in H^p(\mathbb{D}).$$

Work in collaboration with Werner J. Ricker, from the Katholische Universität Eichstätt–Ingolstadt (Germany).

Keywords: Cesàro operator, ℓ^p -spaces, Hardy spaces

MSC 2010: 30D55, 47B38

References

- [1] G. BENNETT, Factorizing the Classical Inequalities, *Mem. Amer. Math. Soc.* **120**(576), 1–130 (1996).
- [2] G.P. CURBERA, W.J. RICKER, Extensions of the classical Cesàro operator on Hardy spaces. *Math. Scan.* **108**, 637–653 (2010).
- [3] G.P. CURBERA, W.J. RICKER, Solid extension of the Cesàro operator on the Hardy space $H^2(\mathbb{D})$. *preprint*.
- [4] G.P. CURBERA, W.J. RICKER, Spectrum of the Cesàro operator in ℓ^p . *preprint*.

Facultad de Matemáticas
Universidad de Sevilla
Apto. 1160, Sevilla 41080
curbera@us.es

Prime and semi-prime inner functions

Isabelle Chalendar¹, Pamela Gorkin², Jonathan R. Partington³

An inner function is a bounded analytic function on the unit disk whose radial limits have modulus one at almost every point of the unit circle. Due to classical results of A. Beurling and others, inner functions have a crucial role in the theory of Hardy spaces and the operators acting on them. The problem of when there is a non-trivial “factoring” of an inner function as the composition of other inner functions was introduced by K. Stephenson 30 years ago.

An inner function is called prime if in any such composition one of the factors is a Möbius transformation, and semiprime if a factor must be a finite Blaschke product. In this work we study when inner functions formed from various classes Blaschke products are prime or semiprime.

We show that prime finite Blaschke products are dense in the set of all finite Blaschke products and thus weak-* dense in the set of all inner functions. We also prove that finite products of thin Blaschke products can be uniformly approximated by prime Blaschke products.

Keywords: inner function, composition, prime function, semiprime function, thin Blaschke product

MSC 2010: 30D05, 30J05, 30J10, 46J20

References

- [1] C.C COWEN; B.D. MCCLUER, *Composition operators on spaces of analytic functions*. Studies in Advanced Mathematics. CRC Press, Boca Raton, FL, 1995.
- [2] J.B.GARNETT, *Bounded analytic functions*. Revised first edition. Graduate Texts in Mathematics, 236. Springer, New York, 2007.
- [3] P. GORKIN, L. LAROCO, R. MORTINI AND R. RUPP, Composition of inner functions, *Results Math.* **25**(3-4), 252–269 (1994).
- [4] K.STEHENSON, Isometries in the Nevanlinna class, *Indiana Univ. Math. J.*, **26**, 307–324 (1977).
- [5] K.STEHENSON, Omitted values of singular inner functions, *Michigan Math. J.*, **25**, 91–100 (1978).

- [6] H.URABE, On factorization of the Blaschke products, *Bull. Kyoto Univ. Ed. Ser.B*, **63**, 1–13 (1983).
- [7] V.TOLOKONNIKOV, Carleson–Blaschke products and Douglas algebras, *Algebra i Analiz*, **3**, 185–196 (1991).

¹ICJ

Université Lyon 1
69622 Villeurbanne cedex, France
chalendar@math.univ-lyon1.fr

²Department of Mathematics

Bucknell University
Lewisburg, PA 17837, U.S.A.
pgorkin@bucknell.edu

³School of Mathematics

University of Leeds
Leeds LS2 9JT, U.K.
J.R.Partington@leeds.ac.uk

Bohr's absolute convergence problem

Domingo García¹

Each Dirichlet series $D = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{1}{n^s}$, with variable $s \in \mathbb{C}$ and coefficients $a_n \in \mathbb{C}$, has a Bohr strip, the largest strip in $\mathbb{C}$ on which D converges uniformly but not absolutely. The classical Bohr-Bohnenblust-Hille Theorem states that the width of the largest possible Bohr strip equals $1/2$. Recently, this deep work of Bohr, Bohnenblust and Hille from the beginning of the last century was revisited by various authors. New methods from different fields of modern analysis allow to improve the Bohr-Bohnenblust-Hille cycle of ideas, and to extend it to new settings, in particular to Dirichlet series which coefficients in Banach spaces. In this talk we study the Bohr's absolute convergence problem: to determine the maximal width of the strip in $\mathbb{C}$ on which a Dirichlet series converges uniformly but not absolutely in a Banach space X .

Keywords: Dirichlet series, power series, polynomials, Banach spaces

MSC 2010: Primary 32A05; Secondary 46B07, 46B09, 46G20

¹Departamento de Análisis Matemático
Universidad de Valencia
Doctor Moliner 50, 46100 Burjasot (Valencia), Spain
domingo.garcia@uv.es

Rota's Universal Operators and Invariant Subspaces in Hilbert Spaces

Carl C. Cowen^{1,2}, Eva A. Gallardo Gutiérrez²

Rota showed, in 1960, that there are operators T that provide models for every bounded linear operator on a separable infinite dimensional Hilbert space, in the sense that given an operator A on such a Hilbert space, there is $\lambda \neq 0$ and an invariant subspace M for T such that the restriction of T to M is similar to λA . In 1969, Caradus provided a practical condition for identifying such universal operators. In this talk, we will use the Caradus theorem to exhibit a new example of a universal operator and show how it can be used to provide information about invariant subspaces for Hilbert space operators.

Keywords: Invariant subspace, composition operator, Toeplitz operator

MSC 2010: Primary: 47A15; Secondary: 47B33, 47B35.

¹Department of Mathematical Sciences
IUPUI
402 N. Blackford St., Indianapolis, IN, 46202 EEUU
ccowen@math.iupui.edu

²Departamento de Análisis Matemático, Facultad de Matemáticas
Universidad Complutense de Madrid
Plaza de Ciencias N° 3, 28040 Madrid
eva.gallardo@mat.ucm.es

S9

Singularidades

Jue 24, 11:00 - 11:25, Aula 8 — Sabir Gusein-Zade:

On equivariant analogues of Poincaré series and monodromy zeta functions

Jue 24, 11:30 - 11:55, Aula 8 — Miguel Ángel Marco Buzunáriz:

The Euler characteristic of an algebraic variety, its counting polynomial and its Chern-Schwartz-MacPherson class

Jue 24, 12:00 - 12:25, Aula 8 — Helena Cobo Palacios:

Jet schemes of quasi-ordinary surface singularities

Jue 24, 12:30 - 12:55, Aula 8 — Hussein Mourtada:

Jet schemes and embedded resolutions of singularities

Jue 24, 13:00 - 13:25, Aula 8 — Félix Delgado de la Mata:

Sobre el tipo topológico del discriminante

Jue 24, 17:00 - 17:25, Aula 8 — Washington Luiz Marar:

The Mond number of a map germ from the plane to 3-space

Jue 24, 17:30 - 17:55, Aula 8 — Juan Antonio Moya Pérez:

Clasificación topológica de gérmenes de aplicación de corango 2 de $\mathbb{R}^2$ en $\mathbb{R}^2$

Jue 24, 18:00 - 18:25, Aula 8 — María Cruz Fernández Fernández:

Irregular singularities of modified A-hypergeometric systems

Jue 24, 18:30 - 18:55, Aula 8 — Carlos Galindo Pastor:

Números Jumping e Ideales Multiplicadores de ideales completos de anillos locales regulares bidimensionales

Jue 24, 19:00 - 19:25, Aula 8 — Pierrette Cassou-Noguès:

On simple and quasi-simple rational polynomials

On equivariant analogues of Poincaré series and monodromy zeta functions

S. Gusein-Zade¹

A number of invariants of singularities of analytic spaces and of germ of analytic functions on them have equivariant versions for singularities with an action of a finite group G and for G -invariant (or G -equivariant) function germs on them. Equivariant analogues of invariants could both be used for study of equivariant situations and to clarify properties of the usual, non-equivariant invariants. Somewhat mysterious are relations between the Poincaré series of natural filtrations and monodromy zeta functions. Equivariant versions of the Poincaré series and of the monodromy zeta functions are far from being straightforward. We discuss the use of Burnside rings and their analogues for construction of such equivariant versions and some results obtained in this direction.

¹Department of Mechanics and Mathematics
Moscow State University
Moscow, 119899, Russia
S. Gusein-Zade.

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

The Euler characteristic of an algebraic variety, its counting polynomial and its Chern-Schwartz-MacPherson class.

Miguel Angel Marco Buzunariz¹

The talk presents a method to compute the Euler characteristic of a complex algebraic variety. This method consists in projecting to a linear space, and comparing the Euler characteristic of the variety to the one of the linear space. This idea generalizes in a natural way to a richer invariant, which coincides with the counting polynomial and is directly related to the Chern-Schwartz-MacPherson class. Finally, we show how this invariant can be computed by counting points of varieties over finite fields.

MSC 2010: 14F45, 14O4

¹Universidad Complutense de Madrid
Facultad de Matematicas, Plaza de las Ciencias S/N. Madrid
mmarco@unizar.es

Jet schemes of quasi-ordinary surface singularities

Helena Cobo¹

Jet schemes have attracted a lot of attention thanks to their role in Motivic Integration and applications to Birational Geometry. But already in simple cases their geometry is very complicated ([3],[4]). In this talk I will report on recent results where we determine the geometric structure of the jet schemes of quasi-ordinary surface singularities. This is a joint work with Hussein Mourtada.

Keywords: Jet schemes, quasi-ordinary singularities

MSC 2010: 14E18, 14B05

References

- [1] COBO, H; MOURTADA, H, Jet schemes of quasi-ordinary surface singularities. *Preprint*.
- [2] GONZÁLEZ PÉREZ, P.D., The semigroup of a quasi-ordinary hypersurface. *Journal de l'Institut de Mathématiques de Jussieu* **2**(3), 383–399 (2003).
- [3] MOURTADA, H., Jet schemes of complex plane branches and equisingularity. *Annales de l'Institut Fourier* **61**(6), 2313-2336 (2011).
- [4] MOURTADA, H., Jet schemes of toric surfaces. *C. R. Math. Acad. Sci. Paris* **521**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 9-20 (2010).

¹Departamento de Álgebra
Universidad de Sevilla
helenacobo@gmail.com

Jet schemes and embedded resolutions of singularities

Hussein Mourtada

I will talk about the relation between the irreducible components of jet schemes of an algebraic variety and its embedded resolution of singularities. I mainly will report about results for plane curves and examples of surfaces. Part of these results are joint work with Monique Lejeune-Jalabert and Ana Reguera.

Keywords: Jet schemes, resolution of singularities

MSC 2010: 14E18, 14B05

References

- [1] M. LEJEUNE-JALABERT; H. MOURTADA; A. REGUERA, Jet schemes and minimal embedded desingularization of plane branches. *Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fís. Nat. Ser. A Math.*, DOI: 10.1007/s13398-012-0091-5, special issue dedicated to Professor H. Hironaka.
- [2] H. MOURTADA, Jet schemes of complex plane branches and equisingularity. *Annales de l'Institut Fourier* **61** número 6 (2011), p. 2313-2336..
- [3] H. MOURTADA, Jet schemes of rational double point surface singularities, Preprint.

¹Institut de Mathématiques de Jussieu
Université Paris 7
175 rue Chevaleret 75013 Paris
mourtada@math.jussieu.fr

Sobre el tipo topológico del discriminante

F. Delgado¹, H. Maugendre²

Dado un morfismo finito del plano complejo en sí mismo, el tipo topológico de su discriminante depende del tipo analítico de las funciones componentes y no sólo de su tipo topológico. Como punto de partida se describe la topología de la imagen de un germen irreducible cualquiera mediante el uso iterado de pencils contruidos de forma natural a partir de las funciones componentes y del germen de partida. La relación conocida entre las ramas del lugar crítico de la aplicación y las fibras especiales del pencil definido por sus funciones componente permite determinar el tipo topológico de la curva discriminante. Los resultados han sido obtenidos en colaboración con H. Maugendre (Institut Fourier, Grenoble).

Keywords: discriminant, topological type, iterated pencils, analytic morphisms

MSC 2010: 14H20, 32S05, 32S15, 32S45, 32S55

¹IMUVA (Instituto de Matemáticas de la Universidad de Valladolid).
Facultad de Ciencias. Universidad de Valladolid.
Paseo de Belén, 7. 47011 Valladolid
fdelgado@agt.uva.es

²Institut Fourier
Université de Grenoble I
BP 74, F-38402 Saint-Martin d'Hères. Francia
hmaug@ujf-grenoble.fr

The Mond number of a map germ from the plane to 3-space

Ton Marar¹

Finite determinacy of germs of functions $f : (C^m, 0) \rightarrow (C, 0)$ is equivalent to the finiteness of the Milnor number $\mu(f)$, that is, the number of Morse points in a generic deformation of f .

For map germs $f : (C^2, 0) \rightarrow (C^3, 0)$ the corresponding number of non degenerate critical points is $C(f)$, the number of Whitney umbrellas in a generic deformation of f and it is given by the vanishing of the 2×2 minors of the Jacobian matrix of f .

David Mond [2] notice that the finiteness of $C(f)$ is necessary but not sufficient for finite determinacy of the map germ. Thus, he introduced two other invariants whose finiteness together with that of $C(f)$ is equivalent to finite determinacy of the map germ.

We prove that all the three of Mond's invariants compose themselves as a linear combination into a single analytic invariant and we call it the *Mond number* of $f : (C^2, 0) \rightarrow (C^3, 0)$.

Examples of map germs of corank 1 and corank 2 from [1] will be presented.

Keywords: map germs, double points, finite determinacy

MSC 2010: 32S15

References

- [1] W.L. MARAR; J.J. NUÑO-BALLESTEROS AND G. PEÑAFORT-SANCHIS, *Double point curves for corank 2 map germs from C^2 to C^3* . *Topology and its appl.* **159**, 526–536 (2012).
- [2] D. MOND, Some remarks on the geometry and classification of germs of maps from surfaces to 3-space. *Topology* **26**, 361–383 (1987).

¹ICMC-SME

Universidade de São Paulo

Caixa Postal 668, 13560-970 São Carlos (SP, Brasil)

ton@icmc.usp.br

Clasificación topológica de gérmenes de aplicación de corrango 2 de $\mathbb{R}^2$ en $\mathbb{R}^2$

Juan Antonio Moya Pérez¹, Juan José Nuño Ballesteros¹

Después de haber definido un invariante topológico completo para gérmenes finitamente determinados $f : (\mathbb{R}^2, 0) \rightarrow (\mathbb{R}^2, 0)$, usándolo para clasificar gérmenes de este tipo en el caso de corrango 1 en [6], en este trabajo abordamos la difícil tarea de extender esta clasificación a corrango 2. Concretamente, nos centraremos en los pertenecientes a la clase $\Sigma^{2,0}$.

Keywords: Gauss word, link, finite determinacy

MSC 2010: 58K15, 58K40

Referencias

- [1] D. Eisenbud and H.I. Levine, An algebraic formula for the degree of a C^∞ map germ, *Annals of Mathematics*, 106 (1977), 19-37.
- [2] T. Fukuda, Local topological properties of differentiable mappings I, *Invent. Math.*, 65 (1981/82), 227–250.
- [3] T. Gaffney and D. Mond, Weighted homogeneous maps from the plane to the plane, *Math. Proc. Camb. Phil. Soc.*, 109 (1991), 451–470.
- [4] C.G. Gibson, Singular points of smooth mappings. *Research Notes in Mathematics*, 25. Pitman (Advanced Publishing Program), Boston, Mass.-London, 1979.
- [5] A. Montesinos-Amilibia, *singR2R2*, software available at <http://www.uv.es/montesin>.
- [6] J.A.Moya-Pérez and J.J.Nuño-Ballesteros, The link of a finitely determined map germ from $\mathbb{R}^2$ to $\mathbb{R}^2$, *J. Math. Soc. Japan* 62 (2010), No. 4, 1069–1092.

¹Departamento de Geometría y Topología
Universitat de València
C/ Dr. Moliner, 50 46100 Burjassot. València
Juan.Moya@uv.es
Juan.Nuno@uv.es

Irregular singularities of modified A -hypergeometric systems

F. J. Castro Jiménez¹, M. C. Fernández Fernández¹, T. Koike², N. Takayama²

This talk is based on the paper [1]. A modified A -hypergeometric system [6] is a system of linear partial differential equations in the complex variables $x_1, \dots, x_n, t$ for the function $f(t^{w_1}x_1, \dots, t^{w_n}x_n)$ where $f(y_1, \dots, y_n)$ is a holomorphic solution of an A -hypergeometric system (or GKZ-system after [4]) and w is a weight vector with integer coordinates. We study the irregularity of modified systems by adapting to this case the notion of umbrella introduced in [5]. Especially, we study their slopes and their Gevrey series solutions. We also give Laplace integral representations of divergent series solutions of the modified system under some conditions on the weight vector. As application of this study, we interpret the Gevrey series solutions of the original A -hypergeometric system along coordinate varieties, as constructed in [2] and [3], as asymptotic expansions of hypergeometric functions along toric curves.

Keywords: hypergeometric system, Gevrey series, slopes, asymptotic expansion

MSC 2010: 33C70, 13N10

References

- [1] F.J. CASTRO-JIMÉNEZ; M.C. FERNÁNDEZ-FERNÁNDEZ; T. KOIKE; N. TAKAYAMA, *Irregularity of Modified A -Hypergeometric Systems*, arXiv:1207.1533 [math.CA].
- [2] M.C. FERNÁNDEZ-FERNÁNDEZ, Irregular hypergeometric D -modules, *Adv. Math.* **224**(5), 1735–1764 (2010).
- [3] M.C. FERNÁNDEZ-FERNÁNDEZ; F.J. CASTRO-JIMÉNEZ, Gevrey solutions of the irregular hypergeometric system associated with an affine monomial curve, *Trans. Amer. Math. Soc.* **363**(2), 923–948 (2011).
- [4] I.M. GEL'FAND; A.V. ZELEVINSKY; M.M. KAPRANOV, Hypergeometric functions and toral manifolds. *Funktsional Anal.* **23**(2), 12–26 (1989).
- [5] M. SCHULZE; U. WALTHER, Irregularity of hypergeometric systems via slopes along coordinate subspaces. *Duke Math. Journal* **142**(3), 465–509 (2008).

- [6] N. TAKAYAMA, Modified $\mathcal{A}$ -Hypergeometric Systems, *Kyushu Journal of Mathematics* **63**(1), 113–122 (2009).

¹Departamento de Álgebra
Universidad de Sevilla
Facultad de Matemáticas, Avenida Reina Mercedes S/N, 41012 Sevilla
(Spain)
castro@us.es, mcferfer@us.es

²Department of Mathematics
Kobe University
1-1, Rokkodai, Nada-ku, Kobe 657-8501, Japan
koike@math.kobe-u.ac.jp, takayama@math.kobe-u.ac.jp

Números Jumping e Ideales Multiplicadores de ideales completos de anillos locales regulares bidimensionales

Carlos Galindo¹

Los ideales multiplicadores son una herramienta reciente e importante de la teoría de singularidades y de la geometría birracional. Tienen la ventaja de que proporcionan información sobre el tipo de singularidad del ideal, divisor o métrica al que se asocian y satisfacen varios teoremas de anulación, lo que los hace muy útiles. La familia de ideales multiplicadores asociada a (digamos) un ideal está totalmente ordenada por inclusión y viene parametrizada por una familia de números racionales no negativos, denominados números jumping. A pesar de la utilidad de estos ideales y números, se conocen explícitamente en muy pocos casos debido a que su cálculo, en casos genéricos, es complicado.

En la charla, consideraremos un anillo local regular bidimensional R sobre el cuerpo complejo y un ideal completo I de R . Cuando I es simple, recordaremos quién es su familia de números jumping [3] e introduciremos la serie de Poincaré de ideales multiplicadores de I . Éste es un objeto algebraico que agrupa números jumping e ideales multiplicadores y, para él, mostraremos una expresión explícita y muy simple. En el caso en que I no es simple, daremos una fórmula explícita que permite calcular el menor de los números jumping, llamado umbral log-canónico. Esta fórmula se deduce fácilmente de otra que hemos obtenido para el cálculo del citado umbral para gérmenes reducidos de curva plana. Fórmula que es válida en cualquier cuerpo y se expresa en términos de los valores de contacto maximal de las ramas del germen y de la multiplicidad de intersección entre ellas.

Los resultados aquí expuestos han sido obtenidos junto a F. Monserrat y, en el caso del umbral log-canónico, también junto a F. Hernando. Pueden ser consultados en [1, 2].

Keywords: Ideales Multiplicadores, Números Jumping, Umbral Log-canónico.

MSC 2010: 14B05, 13H05.

Referencias

- [1] C. GALINDO, F. MONSERRAT, Jumping numbers of a simple complete ideal in a two-dimensional regular local ring. *Adv. Math.* **225**, 1046–1068 (2010).

- [2] C. GALINDO, F. HERNANDO, F. MONSERRAT, The log-canonical threshold of a plane curve. ArXiv:1211.6274v1.
- [3] T. JÄRVILEHTO,, *Jumping numbers of a simple complete ideal in a two-dimensional regular local ring*. Ph. D. thesis, University of Helsinki, 2007.

¹Instituto Universitario de Matemáticas y Aplicaciones de Castellón (IMAC)
Universitat Jaume I
Campus Riu Sec, 12071 Castellón
galindo@mat.uji.es

On simple and quasi-simple rational polynomials

Pierrette Cassou-Noguès¹, Daniel Daigle²

In this talk we will explain an elementary combinatorial proof of the classification of rational polynomials of simple type due to Neumann and Norbury. We will show how the method can be used to deal with quasi-simple rational polynomials and recover results of Sasao.

Keywords: Affine Geometry, rational polynomials

MSC 2010: 14H20, 32S50

References

- [1] W. NEUMANN, P. NORBURY, Rational polynomials of simple type. *Pacific J. Math.*, **204** (2002), 177-208.
- [2] I. SASAO, Generically rational polynomials of quasi-simple type. *Journal of algebra* **298** (2006), 58-104.

¹IMB

Université Bordeaux 1
351 Cours de la libération, 33405, Talence Cedex, France
Pierrette.Cassou-Nogues@math.u-bordeaux1.fr

²Department of Mathematics and Statistics

University of Ottawa
585 King Edward, Ottawa (ON), Canada, K1N 6N5
ddaigle@uottawa.ca

S10

1er Encuentro Ibérico de Historia de las Matemáticas

Mie 23, 11:00 - 11:15, Aula 1 — :

Presentación

Mie 23, 11:15 - 12:00, Aula 1 — Luis Saraiva:

Gomes Teixeira e a internacionalização da Matemática Portuguesa no fim do século XIX

Mie 23, 12:00 - 12:30, Aula 1 — Josep Llombart Palet, Maria Cinta Caballer:

Presencia de matemáticos portugueses en las revistas matemáticas españolas de finales del siglo XIX y principios del siglo X

Mie 23, 12:40 - 13:10, Aula 1 — Guillermo P. Curbera:

Giovanni Battista Guccia: un internacionalista en Palermo

Mie 23, 13:10 - 13:40, Aula 1 — Miquel Terreu, Antoni Roca Rosell, Manuel Castellet:

El IEC y las matemáticas matemáticas (1911-2011). Proyecto de estudio y base de datos

Mie 23, 13:40 - 14:10, Aula 1 — M^a Ángeles Martínez García, Luis Español González:

Las tesis doctorales de la Facultad de Ciencias en la España 1936: Luis A. Santaló y otros

Mie 23, 17:00 - 17:30, Aula 1 — Fernando B. Figueiredo:
A criação da “Faculdade de Mathematica” na Universidade de Coimbra e o ensino da matemática e da astronomia nos seus primeiros 50 anos de vida (1772-1820)

Mie 23, 17:30 - 18:00, Aula 1 — Joaquim Berenguer Clarià:
La fluxión newtoniana en los textos de Thomas Simpson y Tomàs Cerdà

Mie 23, 18:00 - 18:30, Aula 1 — Francisco González de Posada, Francisco A. González Redondo:
En el tricentenario de Jorge Juan y Santacilia, 1713-2013. El lenguaje matemático de los Principia de Newton

Mie 23, 18:40 - 19:10, Aula 1 — M^a Rosa Massa Esteve:
Figuras geométricas en la obra Geometriae Speciosae Elementa (1659)

Mie 23, 19:10 - 19:40, Aula 1 — Elfrida Ralha, Jaime Carvalho e Silva:
José Anastácio da Cunha: um balanço provisório (atualizado)

Mie 23, 19:40 - 20:10, Aula 1 — Juan Navarro Loidi:
Los Opúsculos Mathematicos (Segovia, 1780) de Pedro Giannini

Jue 24, 11:00 - 11:30, Aula 1 — Elena Ausejo:
La formación matemática de los mercaderes: Contenidos y singularidades en la Aritmética Práctica de Juan de Iciar (1549)

Jue 24, 11:30 - 12:00, Aula 1 — Teresa Costa:
A Pratica d'Arismetica de Ruy Mendes no contexto das aritméticas mercantis ibéricas

Jue 24, 12:00 - 12:30, Aula 1 — Fátima Romero Vallhonesta:
La resolución de problemas en las primeras álgebras publicadas en la Península Ibérica en el siglo XVI

Jue 24, 12:40 - 13:10, Aula 1 — Rui Santos:
Investigação e Ensino da Probabilidade em Portugal, 1898-1933: o que podemos inferir das obras publicadas no período

Jue 24, 13:10 - 13:40, Aula 1 — Yolima Álvarez Polo, Luis Español González:
De Cortázar a Rey Pastor, sesenta años de enseñanza de los determinantes en la universidad española: 1857-1917

Jue 24, 13:40 - 14:10, Aula 1 — Juncal Manterola, Itsaso Ibáñez, Maria Cinta Caballer:

Las matemáticas en la formación de pilotos, en España, siglos XVII a XIX

Jue 24, 17:00 - 17:45, Aula 1 — :

Presentación de un proyecto: Grupo Especializado de la RSME en Historia de las Matemáticas

Jue 24, 17:45 - 18:15, Aula 1 — Ana Patrícia Martins:

Matemática Actuarial de planos de pensões - o incumprimento dos montepios de sobrevivência no século XIX

Jue 24, 18:15 - 18:45, Aula 1 — Carles Puig Pla:

Actividad de un matemático decimonónico. Lorenzo Presas (1811-1875), catedrático de la Universidad Literaria de Barcelona y de la Escuela Industrial Barcelonesa

Jue 24, 18:45 - 19:15, Aula 1 — Claudia Vela Urrego, Luis Español González:

La Mecánica Racional (1906) del catedrático José Ruiz-Castizo y Ariza (1857-1929)

Jue 24, 19:15 - 19:45, Aula 1 — José M. Pacheco, Javier Pérez:

Antonio Portuondo (1845-1927) y la matematización de la Sociología. En el Centenario de los Apuntes de Mecánica Social (1912)

Vie 25, 11:00 - 11:30, Aula 1 — Iolanda Guevara Casanova:

Excedente y déficit. El método de doble falsa posición en los Nueve Capítulos, clásico matemático de la China antigua

Vie 25, 11:30 - 12:00, Aula 1 — Carlota Simões:

Almada Negreiros e os frescos de Coimbra

Vie 25, 12:00 - 12:30, Aula 1 — Maribel Anacona, Javier Pérez:

Los números reales en el estructuralismo bourbakista

Vie 25, 12:30 - 13:00, Aula 1 — :

Debate y conclusiones del 1er EIHM

Gomes Teixeira e a internacionalização da Matemática Portuguesa no fim do século XIX

Luís M. R. Saraiva¹

Francisco Gomes Teixeira (1851-1933) é a grande figura da história da Matemática portuguesa do fim do século XIX e começos do século XX, com uma actividade intensa enquanto investigador, professor e historiador da Matemática. Nesta comunicação daremos conta dos principais aspectos da sua actividade e analisaremos o seu *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas* (1877-1905), evidenciando o salto quantitativo e qualitativo que implicou para a Matemática Portuguesa a sua publicação. Em particular salientaremos o carácter internacional do jornal, e analisaremos das secções de problemas postos e de bibliografia

Keywords: Gomes Teixeira, Portuguese mathematical journals, Late XIXth century

MSC 2010: 01-02, 01A55

Referências

- [1] R. GUIMARÃES, Biografia de Francisco Gomes Teixeira. *História e Memórias da Academia das Ciências de Lisboa*, New Series, 2nd Class, Tome **XII**(Part II), 119–149 (1914).
- [2] *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*. Imprensa da Universidade, Coimbra, 1877–1905.
- [3] E. ORTIZ, The nineteenth-century international mathematical community and its connection with those on the Iberian periphery. En *L'Europe Mathématique-Mathematical Europe*, Goldstein, C., Gray, J., Ritter, J. (eds.), 323–343. Editions de la Maison des Sciences de l'Homme, Paris, 1996.
- [4] L. SARAIVA, A survey of Portuguese mathematics in the XIXth century. *Centaurus* **42**, 297–318 (2000).
- [5] L. SARAIVA, O início da actividade científica de Francisco Gomes Teixeira (1851-1933). En *Proceedings of the 4th Luso-Brazilian Meeting on the History of Mathematics*, 161–176. EDUFRRN, Natal, 2005.

¹CMAF

Universidade de Lisboa

Av. Professor Gama Pinto, 2

1649-003 Lisboa (Portugal)

mmff5@ptmat.fc.ul.pt

Presencia de matemáticos portugueses en las revistas matemáticas españolas de finales del siglo XIX y principios del siglo XX

Josep Llobart Palet¹, Maria Cinta Caballer Vives¹

Durante la última década del siglo XIX y los primeros años del siglo XX se publicaron en España cinco revistas dedicadas específicamente a las matemáticas: *El Progreso Matemático* (1891-1895/1899-1900), *El Aspirante* (1896-1897), *Archivo de Matemáticas Puras y Aplicadas* (1898-1899), *Revista Trimestral de Matemáticas* (1901-1906) y *Gaceta de Matemáticas Elementales-Gaceta de Matemáticas* (1903-1906). Sus fundadores se sumaban de este modo al conjunto de publicaciones análogas que desde principios del siglo XIX habían ido surgiendo en diferentes países, dando testimonio de la existencia de la denominada comunidad matemática internacional.

En esta comunicación se pretende dar cuenta de las aportaciones de matemáticos portugueses, entre los que figuran Francisco Gomes Teixeira (1851-1933) y Rodolfo Guimaraes (1866-1918), a las publicaciones anteriormente citadas.

Keywords: Historia de las matemáticas, periodismo matemático español, siglo XIX, siglo XX, matemáticos portugueses, Francisco Gomes Teixeira, Rodolfo Guimaraes.

MSC 2010: 97A30

¹Universidad del País Vasco
jose.llombart@ehu.es
mariacinta.caballer@ehu.es

Giovanni Battista Guccia: un internacionalista en Palermo

Guillermo P. Curbera

Discutimos un episodio relevante en el (largo) proceso de estructuración de la moderna comunidad matemática internacional dedicada a la investigación. Lo hacemos a través de un matemático, el italiano Giovanni Battista Guccia, de una sociedad científica, el *Circolo Matematico di Palermo*, y de una revista de investigación, los *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*.

G.B. Guccia nació en Palermo en 1855, donde bebió de las fuentes del conocimiento científico a través de la proteica personalidad de su tío, Giulio Fabrizio Tomasi, príncipe de Lampedusa –figura en que se inspira la novela "Il Gattopardo", escrita por uno de sus biznietos– y del poso cultural dejado en la ciudad por Giuseppe Piazzi, el descubridor en Palermo en 1801 del asteroide Ceres.

La dedicación de G.B. Guccia a la matemática cobró un sesgo particular cuando fundó en 1884 la primera sociedad matemática auténticamente internacional, el *Circolo Matematico di Palermo* –que tuvo como socios, entre otros muchos, a Jordan, Mittag-Leffler, Moore, Painlevé, Picard, Poincaré–; y cuando, tres años más tarde, comenzó a publicar los *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo* –donde publicarían Bieberbach, Enriques, Gegenbauer, Gordan, Hermite, Jordan, Klein, Landau, Lebesgue, Picard, Poincaré, Weyl, entre otros–.

Estas actividades, como también su participación en la organización del IV *International Congress of Mathematicians* en Roma en 1908, muestran un proyecto claro y un trabajo apasionado, apoyados en una amplia diversidad de contactos internacionales. Por todo ello, Giovanni Battista Guccia ilumina con su internacinalismo el proceso de institucionalización –en el mejor y más alto sentido de la expresión– de la matemática entre los siglos XIX y XX.

Trabajo en colaboración con Benedetto Bongiorno, de la Università degli Studi di Palermo (Italia).

MSC 2010: 01A80, 01A74, 01A70

Referencias

- [1] A. BARLOTTI; F. BARTOLOZZI; G. ZAPPA, L'attività scientifica di Giovanni Battista Guccia. *Rend. Circ. Mat. Palermo*, Serie II, Suppl. n. **67**, xi-xxii (2001).
- [2] A. BRIGAGLIA; G. MASOTTO, *Il Circolo Matematico di Palermo*. Edizioni Dedalo, Bari, 1980.

- [3] A. BRIGAGLIA, The first international mathematical community: the Circolo Matematico di Palermo. En *Mathematics unbound: the evolution of an international mathematical research community, 1800-1945*, K.H. Parshall, A.C. Rice (eds.), 179-200. Amer. Math. Soc., Providence, RI, London Mathematical Society, London, 2002.
- [4] A. GUERRAGIO; P. NASTASI, *Roma 1908: Il Congresso Internazionale dei Matematici*. Bollati Boringhieri, Torino, 2008.

Facultad de Matemáticas
Universidad de Sevilla
Aptdo. 1160, Sevilla 41080
curbera@us.es

El IEC y las matemáticas (1911-2011). Proyecto de estudio y base de datos

Miquel Terreu¹, Antoni Roca Rosell¹, Manuel Castellet¹

Recientemente (mayo 2012), el Institut d'Estudis Catalans (IEC) ha aprobado un proyecto de investigación, dirigido por dos de nosotros (Castellet, Roca-Rosell) que debe desarrollarse en el trienio 2012-2015. Se trata de llevar a cabo un estudio sobre la acción del IEC en el campo de las matemáticas en los cien años que van desde la creación de la Sección de Ciencias del IEC en 1911 hasta 2011. Para hacerlo, hay que tener en cuenta la evolución tanto del contexto de las matemáticas en el mundo como del mismo IEC. Hemos partido de una cronología basada en la historia del IEC que, probablemente, es el condicionante más influyente. Los periodos considerados son: a) Periodo fundacional 1911-1939 b) Dificultades, tanteos y fomento de una comunidad 1939-1984 c) El Centre de Recerca Matemàtica 1984-2011. El primer periodo corresponde a la creación de la Sección de Ciencias del IEC en 1911, que desarrolló una labor de promoción y publicación hasta 1923, cuando la Dictadura de Primo de Rivera interrumpió las actividades del IEC. En la década siguiente, destaca la creación de la Societat Catalana de Ciències Físiques, Químiques i Matemàtiques (SCCQM, 1932), primer intento en Cataluña de articular una comunidad de científicos y técnicos. La segunda etapa está presidida por la reactivación del IEC en los años 1940, en una existencia semiclandestina, tolerada a veces, reprimida las más, con apoyos únicamente privados. Corresponde a esta etapa la actividad singular de Ferran Sunyer Balaguer (1912-1967). La tercera etapa, correspondiente ya a la democracia, viene marcada por la creación en 1984 del Centre de Recerca Matemàtica (CRM), una iniciativa del IEC que ha acabado siendo un centro de investigación de la red de la Generalitat. En esta etapa destaca la creación en 1986 de la Societat Catalana de Matemàtiques, surgida de la división de la SCCFQM.

El estudio se propone, en primer lugar, realizar un inventario lo más exhaustivo posible de las contribuciones a las matemáticas realizadas desde el IEC. La diferencia de los distintos contextos nos aconseja el empleo de metodologías distintas para cada periodo. La tarea (a cargo de uno de nosotros, Terreu) se ha empezado por el CRM, una entidad que ha movilizado cientos de investigadores de todo el mundo. Además de ofrecer una base de datos con la información de actividades, nuestro proyecto se propone facilitar los estudios sobre historia de las matemáticas que tengan como referencia la actividad del IEC y, al mismo tiempo, pretendemos completar la historia del IEC como academia de promoción de la ciencia en Cataluña.

Keywords: Historia de las matemáticas, Cataluña, Base de datos históricos

Referencias

- [1] J.M. CAMARASA (COORD.), *IEC, l'Institut d'Estudis Catalans: 1907-2007: un segle de cultura i ciència als Països Catalans*. Institut d'Estudis Catalans, Barcelona, 2007.
- [2] M. CASTELLET, *The Center for Mathematical Research, an internationally respected Institute*. Catalonia Culture, 1988.
- [3] M. CASTELLET, *The Foundation Ferran Sunyer i Balaguer*. Catalonia Culture 31, 1992.
- [4] M. CASTELLET, J. DEL CASTILLO, X. JARQUE, M. MITJANA, *Llibre blanc de la recerca matemàtica a Catalunya*. Publicación electrónica, IEC, 2010; ISBN 84-9965-009-0.
- [5] R. PARÉS, J. VERNET (DIR.), *La Ciència en la història dels Països Catalans*. Institut d'Estudis Catalans, Universitat de València, Barcelona, València, vol. 3, 2009.
- [6] A. ROCA ROSELL, J.M. CAMARASA, La promoción de la investigación en Cataluña: el Institut d'Estudis Catalans en el siglo XX. En *Cien años de política científica en España*, A. Romero de Pablos, M.J. Santesmases (eds.), 39–77. Fundación BBVA, Madrid, 2008.
- [7] A. ROCA ROSELL, J.M. SÁNCHEZ RON, *Esteban Terradas (1883-1950). Ciencia y Técnica en la España contemporánea*. INTA/Ed. El Serbal, Barcelona, 1990.

¹Institut d'Estudis Catalans
Carrer del Carme 47, 08001 Barcelona.
mterreu3@gmail.com
antoni.roca-rosell@upc.edu
mcastellet@mat.uab.cat

Las tesis doctorales de la Facultad de Ciencias en la España de 1936: Luis A. Santaló y otros

M^a. Ángeles Martínez García¹, Luis Español González¹

En el artículo [2] no quedó registrada la tesis del matemático gerundense de renombre internacional L.A. Santaló, los autores no la encontramos en el libro de actas de doctorado de la Facultad de Ciencias de Madrid correspondiente al periodo 1904-1949, que fue la documentación de referencia para dicho artículo. Una vez observado que los biógrafos de Santaló, por ejemplo [3], fechaban la publicación de su tesis doctoral en 1936, una nueva búsqueda documental nos permitió comprobar que, en efecto, Santaló defendió su tesis en 1936, pero que figuraba en el citado libro de actas como tesis en Química, motivo por el que nos pasó desapercibida al elaborar [2]. Aclarar este asunto nos llevó a revisar además otra documentación administrativa sobre el doctorado de ciencias y a observar que en la España de 1936 fueron varias las personas que defendieron su tesis doctoral en la Facultad de Ciencias de Madrid quedando interrumpida por la Guerra Civil la tramitación de su título de doctor. Los últimos doctores del año 1936, con tesis defendida y aprobada, no pudieron recoger su título de doctor hasta que terminó la guerra o bastantes años después, cuando pudieron volver del exilio, como fue el caso del referido Santaló, que se exilió en Argentina después de servir en la aviación republicana. Este fue uno de los efectos del “desmoche” de la universidad española ocasionado por el franquismo [1].

En esta comunicación, con especial referencia a L.A. Santaló, ofrecemos noticia de los jóvenes que se doctoraron en 1936 en las cuatro secciones de la citada Facultad, con las fechas de defensa de la tesis, de expedición del título y de recogida del mismo por el interesado o por persona autorizada.

Keywords: Doctorado en ciencias, Guerra Civil Española, L.A. Santaló

MSC 2010: 01A60, 01A70, 01A73

Referencias

- [1] J. CLARET, *El atroz desmoche: la destrucción de la universidad española por el franquismo, 1936-1945*. Crítica, Barcelona, 2006.
- [2] J.J. ESCRIBANO, L. ESPAÑOL, M.Á. MARTÍNEZ, El doctorado en matemáticas durante la II República Española. *Llull* **30**, 51–74 (2007).

- [3] A. RAVENTÓS TARRIDA, Lluís Antonio Santaló y Sorts. *La Gaceta de la RSME* **5**(1), 73–106 (2002).

¹Departamento de Matemáticas y Computación
Universidad de La Rioja
Luis de Ulloa s/n, Edificio Vives, 26004, Logroño
angeles.martinez@unirioja.es
luis.espanol@unirioja.es

A criação da “Faculdade de Mathematica” na Universidade de Coimbra e o ensino da matemática e da astronomia nos seus primeiros 50 anos de vida (1772-1820)

Fernando B. Figueiredo

A Reforma Pombalina da Universidade de Coimbra (1772), levada a cabo pelo Rei D. José I (1714-1777) e o seu ministro Sebastião de Carvalho e Melo, Marquês de Pombal (1699-1782), é a concretização de um plano que tem como finalidade sintonizar Portugal com as ideias iluminadas da Europa e encaminhá-lo na direcção do progresso e das ciências. Com a Reforma da Universidade de Coimbra vê-se criado em Portugal o ensino das chamadas ciências exactas em moldes completamente novos. É criada uma Faculdade de Matemática e concebido o primeiro Observatório Astronómico do país ligado à Universidade mas com características de um Observatório Nacional. É também criada uma Faculdade de Filosofia Natural e reformada radicalmente a de Medicina.

Apesar da vastidão das matérias que comporta um “curso matematico” – “são tantas, e cada uma delas de tão grande vastidão e inexaurível fecundidade de doutrinas, que é pouco o estudo de toda a vida para adquirir um conhecimento perfeito e consumado de todas elas” –, ficou definido que a sua duração seria de quatro anos. O plano de estudos do novo curso matemático, que seria constituído por 7 cadeiras (4 da Faculdade de Matemática e 3 da Faculdade de Filosofia), tinha a seguinte distribuição por ano curricular: 1º ano: Geometria + Filosofia Racional e Moral + História Natural; 2º ano: Álgebra + Física Experimental; 3º ano: Foronomia (Física-Matemática) e no 4º ano: Astronomia. Se estatutariamente o plano curricular de cada cadeira foi bem delineado e exhaustivamente expresso permitindo-nos assim conhecer com suficiente pormenor o que se estabeleceu ensinar ao longo do curso. A verdade é que há diferenças mais ou menos significativas entre o que se estabelece e o que depois realmente se ensina.

Nesta comunicação pretendemos dar a conhecer a história do estabelecimento e progressão desse ensino e da actividade científica da “Faculdade de Mathematica” durante o seus primeiros 50 anos de vida (1772-1820), através de uma série de indicadores estatísticos relativos ao seu corpo discente e docente.

Keywords: Século XVIII, Faculdade de Matemática, Ensino

MSC 2010: 01A50, 01A72

Referências

- [1] *Estatutos da Universidade de Coimbra [...]*, 3 vols. UC, Coimbra, 1772.
- [2] F.B. FIGUEIREDO, *José Monteiro da Rocha e a actividade científica da “Faculdade de Mathematica” e do “Real Observatório da Universidade de Coimbra”: 1772-1820* (tese de doutoramento, FCT UC). UC, Coimbra, 2011.
- [3] F. DE C. FREIRE, *Memoria Histórica da Faculdade de Mathematica nos cem annos decorridos desde a Reforma da Universidade em 1772 até o presente*. Coimbra, 1872.
- [4] F. G. TEIXEIRA, *História das Matemáticas em Portugal*. Lisboa, 1934.

Departamento de Matemática / Observatório Astronómico da Universidade
de Coimbra e Instituto Geofísico da Universidade de Coimbra
Santa Clara, 3040 - 004 Coimbra, Portugal
Tel.: +351 239 802 370
Centre François Viète, épistémologie, histoire des sciences et des techniques
Université de Nantes, France
bandeira@mat.uc.pt
fernandobfigueiredo@gmail.com

La fluxión newtoniana en los textos de Thomas Simpson y Tomàs Cerdà

Joaquim Berenguer Clarià

Tomàs Cerdà, jesuita nacido en Tarragona en 1715, profesor de filosofía en la Universidad de Cervera, se distinguió por su buena predisposición hacia las matemáticas. Por este motivo, después de una permanencia de tres años en Marsella, en la cual entró en contacto con las obras de distintos matemáticos franceses e ingleses, ocupó la primera cátedra pública de matemáticas en el Colegio de Cordelles de Barcelona y posteriormente la primera cátedra de matemáticas en el Colegio Imperial de Madrid. Durante estos años que van desde 1756 hasta 1767, cuando se produce la expulsión de los jesuitas de España, Cerdà publica tres tratados sobre álgebra, geometría y artillería respectivamente y, por otro lado, deja preparados para una futura impresión muchos otros tratados en forma de manuscritos. Entre éstos, uno de los más significativos es sobre cálculo diferencial e integral, que él mismo titula *Tratado de Fluxiones*. Cerdà escribe este tratado tomando como modelo otro libro, *The Doctrine and Application of Fluxions*, que Thomas Simpson ha publicado en 1750 en Inglaterra. El libro de Simpson pretende una actualización del método de las fluxiones iniciado por Newton. A través del libro de Simpson, podemos analizar cómo los conceptos básicos de este “nuevo cálculo” han ido evolucionando desde su introducción por Newton. Cerdà adopta la visión de Simpson, recogiendo los principales conceptos como son el de fluxión y fluente y moviéndose dentro de la misma concepción cinemática-geométrica que caracteriza la corriente newtoniana. Sin embargo, Cerdà no se limita a traducir a Simpson, ya que selecciona aquello que quiere que aparezca en su propio tratado y que quiere utilizar en sus clases, desarrolla determinadas partes del libro de Simpson, substituye la notación newtoniana por la leibniziana y, finalmente, muestra una tendencia más marcada hacia la algebrización de los desarrollos matemáticos. A través del análisis comparativo de distintos ejercicios que aparecen en el libro de Simpson y de los correspondientes que se encuentran en los manuscritos de Cerdà podemos reflexionar sobre cómo Cerdà está adaptando el cálculo de las fluxiones para su uso en la enseñanza en la España de mediados de siglo XVIII, así como comprender mejor el valor de la visión newtoniana del cálculo diferencial e integral.

Keywords: Cerdà, Simpson, siglo XVIII, cálculo, diferencial, integral, fluxión

MSC 2010: 01Axx, 01A50, 97I40

Referencias

- [1] T. CERDÀ, *Tratado de Fluxiones*. RAH, Cortes 9/2792, 9/2812, 9/2793, 9/2813.
- [2] I. NEWTON (1671), *The Method of Fluxions and Infinite Series*, translated by John Colson, M.A. and F.R.S. Printed by Henry Woodfall, London, 1736.
- [3] T. SIMPSON, F.R.S., *The Doctrine and Application of Fluxions*. Printed by J. Nourse, London, 1750.
- [4] N. CUESTA DUTARI, *Historia de la Invención del Análisis Infinitesimal y de su introducción en España*. Salamanca, 1985.
- [5] L. GASSIOT MATAS, *Tomas Cerdà i el seu “Tratado de Astronomia”*. Treball de recerca del Centre d’Estudis d’Història de les Ciències de la Universitat Autònoma de Barcelona dirigit per Manuel García Doncel, Bellaterra, 1996.
- [6] N. GUICCIARDINI, *The development of newtonian calculus in Britain 1700-1800*. Cambridge University Press, 1989.
- [7] N. GUICCIARDINI, *Reading the Principia: the debate on Newton’s mathematical methods for natural philosophy from 1687 to 1736*. Cambridge University Press, 1999.
- [8] N. GUICCIARDINI, *Isaac Newton on mathematical certainty and method*. The MIT Press. Cambridge, Massachusetts, London, England, 2009.

Centre d’Estudis d’Història de la Ciència
Universitat Autònoma de Barcelona
Escola d’Enginyeria, Campus UAB
08193 Bellaterra Barcelona
jberenguer90@gmail.com

En el tricentenario de Jorge Juan y Santacilia, 1713-2013. El lenguaje matemático de los *Principia* de Newton

Francisco González de Posada¹, Francisco A. González Redondo¹

Jorge Juan y Santacilia, personalidad clave de la Físico-matemática española del siglo XVIII, y uno de los pocos científicos de talla internacional que ha proporcionado nuestro país, nació en Novelda (Alicante) el 5 de enero de 1713, hace ahora trescientos años. Esta efemérides tricentenaria, que, en el sentido orteguiano de la palabra, debe ser conmemorada a lo largo de 2013, no podía estar ausente de este 1^{er} Encuentro Ibérico de Historia de las Matemáticas convocado al comenzar el año.

La figura y la obra de Jorge Juan han sido estudiadas hasta nuestros días, comenzando con los elogios-homenajes de su secretario Miguel Sanz o su discípulo Benito Bails, desde muy diversos puntos de vista. Sin embargo, lejos de dejar concluido el tema, quedan abiertas diferentes perspectivas que, a falta de un análisis más profundo de la literatura, parecen no haber sido detectadas hasta ahora.

En este sentido, en este trabajo comenzamos caracterizando a Jorge Juan como científico *post-newtoniano* en el marco de una España del siglo XVIII que, hasta ahora, había sido tenida solamente como *pre-copernicana*. Seguidamente, se sitúa su obra, especialmente el *Examen Marítimo* (1771), en el proceso de desarrollo del lenguaje matemático para la Filosofía de la Naturaleza que estaba ausente en la magna obra de Newton (1687) redactada *more geometrico*. Esta tarea, en la que participan, entre otros, los Bernoulli, Euler, Lagrange y Laplace, llevará a Jorge Juan a reescribir los *Principia* en el lenguaje ecuacional concebido desde Vieta a Descartes, pero ausente en la obra del matemático inglés, haciendo uso de las nuevas herramientas del Análisis, que tampoco integra en los *Principia* Newton (uno de sus principales creadores, junto con Leibniz).

Keywords: History of Mathematics, Eighteenth Century, Spain

MSC 2010: 01A50, 01A90

Referencias

- [1] F. BELIZÓN RODRÍGUEZ, Jorge Juan matemático y astrónomo. En *Jorge Juan y Santacilia*, 41–55. Real Academia de Ingeniería, Madrid, 2010.
- [2] F. GONZÁLEZ DE POSADA, *Jorge Juan y su Asamblea Amistosa Literaria. Cádiz (1755-58)*. Madrid, Instituto de España, 2005.

- [3] F. GONZÁLEZ DE POSADA (coord.), *La Ciencia en la España ilustrada*. Madrid, Instituto de España, 2007.
- [4] A. F. GONZÁLEZ DE POSADA, Jorge Juan: innovador de la Educación Superior en la España del siglo XVIII. *Revista Complutense de Educación* **19**, 115–135 (2008).
- [5] A. LAFUENTE, La mecánica de fluidos y la teoría de la figura de la Tierra de Newton a Clairault (1687-1743). *Dynamis* **3**, 55–89 (1983).
- [6] L.A. SÁIZ MONTES, *Las Matemáticas usadas por Jorge Juan en el cálculo de la forma y dimensión de la Tierra*. Maxtor, Madrid, 1997.
- [7] M. SANZ, *Breve Noticia de la Vida del Excm^o Sr. Don Jorge Juan y Santacilia*. Imprenta de la Gazeta, Madrid, 1774.
- [8] J. SIMÓN CALERO, La Mecánica de los Fluidos en el *Examen Marítimo*. En *Jorge Juan y Santacilia*, 197–248. Real Academia de Ingeniería, Madrid, 2010.
- [9] N. VALVERDE PÉREZ, *Un mundo en equilibrio. Jorge Juan (1713-1773)*. Fundación Jorge Juan–Marcial Pons, Madrid, 2012.

¹Departamento de Física e Instalaciones, ETS Arquitectura
 Universidad Politécnica de Madrid
 Avda. Juan de Herrera nº 4, 28040 Madrid
 francisco.gonzalez@upm.es

²Departamento de Álgebra, Facultad de Educación
 Universidad Complutense de Madrid
 c/ Rector Royo Villanova s/n, 28040 Madrid
 faglezr@edu.ucm.es

Figuras geométricas en la obra *Geometriae Speciosae Elementa* (1659)

M^a Rosa Massa Esteve

La publicación en 1591 de la obra *In artem analyticem isagoge* de François Viète (1540-1603) constituyó un avance esencial para el desarrollo del álgebra. Durante el siglo XVII, gracias a la difusión de las obras algebraicas de Viète, algunos autores, como Pietro Mengoli (1626-1686), empezaron a comprobar la utilidad de los procedimientos algebraicos para resolver todo tipo de problemas. Así Mengoli, en su obra *Geometriae Speciosae Elementa* (1659), construyó una geometría de especies utilizando complementariamente el álgebra y la geometría para resolver problemas de cuadraturas. Mengoli, como Viète, consideró su álgebra como una técnica en la que se utilizaban símbolos para representar no sólo los valores de magnitudes discretas sino también los valores de magnitudes continuas. Sin embargo, el aspecto más innovador de su investigación radica en la utilización de símbolos para tratar directamente con la expresión algebraica de la figura geométrica. Por un lado, denotó una figura geométrica mediante una expresión algebraica, en la que la ordenada de la curva que determina la figura está relacionada con la abscisa por medio de una proporción, estableciendo de este modo la teoría euclidiana de proporciones como un enlace entre el álgebra y la geometría. Por otro lado, mostró cómo la expresión algebraica podía ser usada para construir geoméricamente la ordenada de la figura geométrica en cualquier punto dado. Estas demostraciones le permitieron a Mengoli analizar y calcular las cuadraturas de figuras geométricas mixtilíneas por medio de sus expresiones algebraicas. En esta comunicación analizamos las demostraciones de estas construcciones geométricas reflexionando sobre su significado, ya sea en el aspecto histórico como en el aspecto matemático.

Keywords: Álgebra, Mengoli, siglo XVII, *Geometriae Speciosae Elementa*

MSC 2010: 01 A 45-14-03

Referencias

- [1] M.R. MASSA ESTEVE, Algebra and Geometry in Pietro Mengoli (1625-1686). *Historia Mathematica* **33**, 82–112, 2006.
- [2] P. MENGOLI, *Geometriae Speciosae Elementa*. Bologna, 1659.

Departament de Matemàtica Aplicada I
Universitat Politècnica de Catalunya
Av. Diagonal, 647, 08028 Barcelona.
`m.rosa.massa@upc.edu`

José Anastácio da Cunha: um balanço provisório (atualizado)

Elfrida Ralha¹, Jaime Carvalho e Silva²

O último estudo publicado contendo uma visão global sobre a vida e a obra do matemático, professor e poeta Anastácio da Cunha é [1].

Mas desde 2004 foram feitas várias descobertas interessantes que podem ter mudado bastante a nossa visão sobre a vida e obra de Anastácio da Cunha. Por um lado foram descobertos em Braga 7 manuscritos até então desconhecidos, na sua maioria não autógrafos mas cópias fidedignas, que estão publicados e sumariamente analisados em [2].

Outros textos contendo aspetos novos sobre Anastácio da Cunha ou relacionados com Anastácio da Cunha foram publicados nos últimos anos, como por exemplo os trabalhos [3, 4, 5].

Entretanto foram descobertos mais textos inéditos de José Anastácio da Cunha nos arquivos da Casa de Mateus, o que conduziu ao projeto “MAT2 - José Anastácio da Cunha e a Matemática nos Arquivos Setecentistas da Casa de Mateus”:

[http://w3.math.uminho.pt/\\$\sim\\$Mat2/index.htm](http://w3.math.uminho.pt/$\sim$Mat2/index.htm)

Dentro das atividades deste projeto anuncia-se a publicação do texto de índole biográfica intitulado “Anecdotas de J. A. d. C., Reminiscências de D. José Maria, 5.º Morgado de Mateus, sobre o Mestre/Amigo José Anastácio da Cunha”, que fornece muitos elementos novos (ou confirma outros antes considerados duvidosos) sobre a vida e a atividade científica de José Anastácio da Cunha.

Parece pois que seria útil e interessante fazer um balanço atualizado do que se sabe sobre a vida e a obra de José Anastácio da Cunha. Esta comunicação tentará apresentar algumas ideias nesse sentido.

Keywords: José Anastácio da Cunha, Infinite Series, History of Mathematics

MSC 2010: 01A50, 01A70

Referências

- [1] J.F. QUEIRÓ, José Anastácio da Cunha: an assessment. En *The Practice of Mathematics in Portugal*, 493–513. Universidade de Coimbra, 2004.

- [2] M.E. RALHA, M.F. ESTRADA, M.C. SILVA, A. RODRIGUES (EDS.), *José Anastácio da Cunha, o Tempo, as Ideias, a Obra*. Arquivo Distrital de Braga / Universidade do Minho, 2006.
- [3] J. CARAMALHO DOMINGUES, Uma revisão italiana dos Princípios Matemáticos de José Anastácio da Cunha. *Boletim da SPM* **65**(Outubro), 89–98 (2010).
- [4] L. SARAIVA, A Reference Text of José Anastácio da Cunha: Balistique Arithmetique, by Pierre-Louis de Maupertuis. *Revista Brasileira de História da Matemática Especial* **1** –Festschrift Ubiratan D’Ambrosio–(Dezembro) (2007).
- [5] C. MOTA, M.E. RALHA, M.F. ESTRADA, The Concept of Tangent line. Historical and didactical aspects in Portugal (18th century). En *Proceedings of the 6th European Summer University – History and Epistemology in Mathematics Education*, 687–695. Vienna, July 19-23, 2010.

¹CMAT & Departamento de Matemática e Aplicações
 Universidade do Minho
 Campus de Gualtar - 4710-057 Braga (Portugal)
 eralha@math.uminho.pt

²CMUC & Departamento de Matemática
 Universidade de Coimbra
 Apartado 3008, EC Santa Cruz, 3001-501 Coimbra (Portugal)
 jaimecs@mat.uc.pt

Los *Opúsculos Mathematicos* (Segovia, 1780) de Pedro Giannini

Juan Navarro Loidi

La renovación matemática que se produjo a finales del siglo XVIII en España se caracterizó por la difusión de las nuevas teorías que dominaban en Europa, no por la aparición de trabajos originales. En esta comunicación se comenta una excepción a esa regla: los *Opúsculos Mathematicos* de Pedro Giannini.

Giannini fue un italiano contratado para impartir matemáticas en el Colegio de Artillería de Segovia. Al comienzo intentó seguir investigando. Fruto de esos esfuerzos fue este libro que contiene tres trabajos. El primero es un estudio de la Cisoide. En el segundo se deduce la trayectoria de un cuerpo atraído hacia un centro proporcionalmente a su distancia a él, en el que corrige la *Mecánica* (1736) de Euler. El tercero es un problema sobre haces de curvas perpendiculares a una curva, que mantienen su perpendicularidad al girar, problema enunciado por el italiano Verzaglia (1669-1728).

Los tres artículos son contribuciones originales, que tienen cierto interés, aunque no fueran temas candentes. Resulta sorprendente que, pese a publicarse en Segovia y estar escrita en castellano, la obra tuviera más eco en Italia o en otros países que en España.

Keywords: Siglo XVIII, España, mecánica, calculo diferencial e integral.

MSC 2010: 01A50, 7003, 2603

Referencias

- [1] C.B. BOYER, *The history of the Calculus and its conceptual development*. Dover, Nueva York, 1949
- [2] R. DUGAS, *A history of Mechanics*. Dover, New York, 1955.
- [3] L. EULER, *Mechanica sive motus scientia analytice exposita*, 2 v. Imp. de la Academia, San Petersburgo, 1736.
- [4] P. GIANNINI, *Opúsculos matemáticos*. Antonio Espinosa, Segovia, 1780.
- [5] P. GIANNINI, *Curso matemático*, 4 v. Madrid, Segovia, Valladolid, 1779-1803.

- [6] M. HORMIGÓN, *Las Matemáticas en el siglo XVIII*. Akal, Madrid, 1994.
- [7] I. NEWTON, *Universal Arithmetick*. Johnston, Londres, 1769 (1^a ed. en latín 1707).
- [8] V. RICCATI, De motibus liberis, et curvilineis in vacuo. *De bononiensi scientiarum et artium Instituto atque Academia commentarii*, **4**, 139–198 (1757).

Investigador independiente
jnavarrolo@euskalnet.net

La formación matemática de los mercaderes: Contenidos y singularidades en la *Aritmética Práctica* de Juan de Iciar (1549)

Elena Ausejo

Juan de Iciar (n. 1522 o 1523), el más destacado calígrafo del Renacimiento español, es también autor de una obra puramente matemática, *Libro intitulado Arithmetica practica muy vtil y provechoso para toda persona que quisiere exercitar se en aprender a contar*, publicado en 1549. Este libro, raro hasta 2005, es una aritmética comercial concebida para la enseñanza, un libro esencial para el conocimiento de las habilidades matemáticas y su enseñanza en la España de mediados del siglo XVI que cierra el ciclo de las aritméticas mercantiles no algebraicas impresas en España antes de la aparición del *Libro primero de Arithmetica Algebratica, en el qual se contiene el arte Mercantiuol con otras muchas reglas del Arte menor, y la Regla del Algebra vulgarmente llamada de Arte Mayor* de Marco Aurel, primera aritmética mercantil con contenidos algebraicos publicada en la Península Ibérica (Valencia, 1552).

La reputación de Iciar como calígrafo procede de su *Orthographia pratica*, publicada en Zaragoza en 1548, una obra que, entre 1549 y 1596, fue objeto de diez ediciones (con diferentes títulos), desde 1553 todas ellas a cargo del editor Miguel de Suelves, alias Çapila, con el que Iciar había ya publicado la *Aritmética Práctica*. Desde 1555 las ediciones incluyeron *Arte breue y prouechoso de cuēta castellana y arithmetica, donde se muestrā las cinco reglas de guarismo por la cuēta castellana*, y reglas de memoria, una reelaboración corregida y aumentada de la elemental aritmética de Juan Gutiérrez (Toledo, 1539) que siguió evolucionando para producir, a partir de 1559, *Libro Subtilissimo, por el qual se enseña a escreuir y contar perfectamente el qual lleua el mesmo orden que lleua vn maestro con su discipulo*, el primer libro impreso en España dedicado a la enseñanza conjunta de la escritura y el cálculo.

Como resultado de esta profusa actividad editorial la *Aritmética Práctica* de Iciar ha sido repetidamente confundida con la de Gutiérrez y, en consecuencia, prácticamente ignorada, al suponersele el mismo carácter elemental de la obra de este último*.

Pues bien, este trabajo estudia la *Aritmética Práctica* de Juan de Iciar, una monografía impresa en folio, lo que sugiere un trabajo para ser consultado y preservado, acaso un libro para el profesor, pero no un manual de enseñanza para el uso de los

* AUSEJO, Elena (2012) “Juan de Iciar’s *Practical Arithmetic* (1549): Writing and Reckoning in Spanish Renaissance”. In: K. BJARNADÓTTIR, F. FURINGHETTI, J.M. MATOS & G. SCHUBRING (Eds.) *Proceedings of the Second International Conference on the History of Mathematics Education*. Lisboa, Portugal [en prensa].

estudiantes en las escuelas. De hecho, Icár advierte de la imposibilidad de aprender y entender las matemáticas sin un buen profesor.

La calidad de impresión de la obra se sitúa muy por encima de la media entre las aritméticas mercantiles coetáneas, con bellas ilustraciones y profusión de ejemplos que contribuyen a reforzar la vocación educativa de Icár, acaso el rasgo más notable y distintivo de su obra.

Esta faceta didáctica de Icár destaca tanto en la estructura de la obra como en los contenidos: explicaciones detalladas, ordenación de los temas, combinación de “teoría” y práctica y selección de contenidos en función de la audiencia a la que se dirige, junto con sus precisas referencias a Pellos y Ortega, muestran tanto su sólida formación en aritmética mercantil como la originalidad de su Aritmética Práctica respecto de las que le precedieron.

Este trabajo presenta la selección de contenidos de Icár y analiza su uso de las fracciones para enseñar a multiplicar directamente cualquier combinación de unidades sin reducir antes y después de operar, lo que constituye el núcleo principal de dificultad en el proceso de asimilación de la aritmética mercantil antes de la adopción de sistemas de medida decimales.

Keywords: Aritmética mercantil, Renacimiento, Juan de Icár.

MSC 2010: 01A40, 97F90

Profesora Titular de Historia de la Ciencia
Universidad de Zaragoza. Facultad de Ciencias (Matemáticas)
Ciudad Universitaria – 50009 Zaragoza (España)
ichs@unizar.es

***A Pratica d'Arismetica* de Ruy Mendes no contexto das aritméticas mercantis ibéricas**

Teresa Costa

No século XVI iniciou-se a publicação de obras de aritmética mercantil impressas em Portugal, tais como o *Tratado da Pratica d'Arismetica* de Gaspar Nicolas, publicado pela primeira vez em 1519, a *Pratica d'Arismetica* de Ruy Mendes de 1540 e o *Tratado da arte d'Arismetica*, de Bento Fernandes (1555).

Nos tratados está presente uma modelação aritmética, ligada às operações financeiras na forma de regras próprias do comércio português das especiarias e da sua distribuição pela Europa.

Faremos uma breve apresentação da *Pratica d'Arismetica* de Ruy Mendes e do seu enquadramento nas obras em aritmética mercantil produzidas em Portugal, referenciando ainda fontes e influências presentes tendo em conta o contexto ibérico.

Keywords: Aritmética mercantil, regras, século XVI

MSC 2010: 01A 40

Grupo de História da Matemática, Departamento de Matemática
Centro de Investigação e Desenvolvimento em Matemática e Aplicações
Campus Universitário de Santiago, Universidade de Aveiro
3810-193 Aveiro, Portugal
tcostacaracol@gmail.com
costa.jesus.teresa@ua.pt

La resolución de problemas en las primeras álgebras publicadas en la Península Ibérica en el siglo XVI

Fàtima Romero Vallhonesta

La publicación y difusión en 1494 de la obra de Luca Pacioli, *Summa de aritmetica, geometria, proportioni & proportionalità*, representó un paso importante en la introducción de las reglas algebraicas para resolver problemas. Sin embargo, no todos los autores del Renacimiento se referían a la incipiente álgebra de la misma manera ni para todos significaba exactamente lo mismo. Algunos entendían el álgebra como una prolongación de la aritmética y para otros era un “arte” que permitía resolver todo tipo de problemas matemáticos. Para algunos era una regla y para otros un método.

Nuestra comunicación, que forma parte de una investigación más amplia sobre el proceso de algebrización de las matemáticas, está centrada en la Península Ibérica. Si en otras ocasiones hemos analizado el uso del lenguaje simbólico o la resolución de los distintos tipos de ecuaciones, en este caso analizaremos la resolución de problemas en las primeras álgebras publicadas en la Península Ibérica: el *Libro Primero de Arithmetica Algebratica* (1552) de Marco Aurel y el *Compendio de la Regla de la Cosa o Arte Mayor* (1558) de Juan Pérez de Moya. Se tratará de ver qué importancia tiene en estas obras la resolución de problemas, qué tipo de problemas se resuelven y qué significa para estos autores resolver un problema utilizando la “regla de la cosa”. Con ello pretendemos aportar nuevos elementos que ayuden a conocer cuál era el estatus del álgebra en la segunda mitad del siglo XVI en la Península Ibérica.

Keywords: Arte Mayor, siglo XVI, Península Ibérica, resolución de problemas

MSC 2010: 01A40, 15-03

Centre de Recerca per a la Història de la Tècnica
Universitat Politècnica de Catalunya
Av. Diagonal, 647, 08028 Barcelona
fatima.romero@upc.edu

Investigação e Ensino da Probabilidade em Portugal, 1898-1933: o que podemos inferir das obras publicadas no período*

Rui Santos

No início do século XX o Cálculo das Probabilidades era rico em paradoxos derivados da falta de precisão dos seus conceitos basilares. Bertrand (1888) explora magistralmente algumas lacunas nas definições utilizadas na época, baseadas na equiprobabilidade e no princípio da razão insuficiente de J. Bernoulli e Laplace. Será provavelmente por este motivo que David Hilbert (1902), na sua famosa alocução no Congresso Internacional de Matemática de Paris de 1900, inclui a axiomatização do Cálculo das Probabilidades num dos 23 problemas que propôs para orientar a investigação em Matemática durante o século XX.

Durante o século XIX e início do século XX a escola francesa de probabilidades foi extremamente dinâmica e influente na Europa Ocidental. Desde a obra-prima de Laplace (1812), ao livro didático de Lacroix (1816), foram publicadas diversas obras relevantes para o desenvolvimento desta área, tais como Poisson (1837), Cournot (1838, 1843), Bertrand (1888), Poincaré (1896), Bachelier (1900, 1912), Montessus de Ballore (1908), Borel (1909a, 1909b, 1914), para referir apenas alguns dos mais importantes.

Em Portugal foram apresentadas três teses de doutoramento na Universidade de Coimbra sobre esta temática antes de 1933. A tese de Sidónio Paes (1898) expõe e analisa os principais trabalhos sobre a teoria dos erros existentes na época. Diogo Pacheco d'Amorim (1914) propõe uma nova fundamentação para o Cálculo das Probabilidades e suas aplicações, baseada no conceito primitivo de escolha aleatória, numa obra notável que deveria ser mais amplamente reconhecida internacionalmente. Finalmente, a tese de Manuel dos Reis (1929) é igualmente dedicada ao estudo dos alicerces do Cálculo de Probabilidades e testemunha a importância da visão de Pacheco d'Amorim no ensino e investigação desta área em Coimbra. Em termos de investigação refira-se ainda um artigo póstumo e inacabado de José de Sousa Pinto (1913), com interessantes reflexões sobre o modo como os fenómenos aleatórios devem ser investigados, publicado nos *Annaes Scientificos da Academia Polytechnica do Porto*. Sem ter objetivos inovadores mas somente de divulgação desta área do conhecimento, apontemos a publicação de um pequeno opúsculo de Rodolpho Guimarães (1904), uma súpula dos principais resultados do Cálculo das Probabilidades, que corresponde ao volume 223 da coleção *Bibliotheca do Povo e das Escolas*, uma coleção

*Investigação parcialmente financiada por FCT/OE, através do projeto Pest-OE/MAT/UI0006/2011.

assinalável, reflexo do extraordinário investimento efetuado na época na educação do povo, quer na alfabetização, quer na divulgação de cultura. Por fim, refira-se ainda o livro com fins didáticos de Mário Santos e M. Zaluar Nunes (1933) com ênfase na Teoria das Probabilidades, Teoria dos Erros e Estatística Matemática, utilizado no ensino da Estatística no Instituto Superior de Ciências Económicas e Financeiras de Lisboa.

Esta comunicação tem como objetivo comentar as principais ideias patentes nestas obras lusitanas, publicadas entre 1898 e 1933 em Portugal, comparando-as com trabalhos da mesma época, nomeadamente da escola francesa.

Keywords: Matemáticos Portugueses, Probabilidade, História

MSC 2010: 60A03, 01A60, 01A90

Referências

- [1] R. GUIMARÃES, *Noções sobre Cálculo das Probabilidades, Theoria dos Erros e Método dos Mínimos Quadrados*. Biblioteca do Povo e das Escolas 223, Lisboa 1904.
- [2] D. PACHECO D'AMORIM, *Elementos de Cálculo das Probabilidades*. Tese de Doutoramento, Universidade de Coimbra. (Tradução para inglês, juntamente com original, editado por S. Mendonça, D. Pestana e R. Santos, está disponível em <http://www.estg.ipleiria.pt/~rsantos>), 1914.
- [3] S. PAES, *Introdução à Teoria dos Erros das Observações*. Tese de Doutoramento, Faculdade de Matemática, Universidade de Coimbra, 1898.
- [4] J.F. PINTO, Noções de Cálculo das Probabilidades para o Estabelecimento das Bases da Estatística. *Annaes da Academia Polytechnica do Porto* **8**, 43–64, 83–106 (1913).
- [5] M. SANTOS, M.Z. NUNES, *Elementos de Cálculo das Probabilidades e de Estatística Matemática*. Instituto Superior de Ciências Económicas e Financeiras, Lisboa, 1933.

Escola Superior de Tecnologia e Gestão, Instituto Politécnico de Leiria
CEAUL – Centro de Estatística e Aplicações da Universidade de Lisboa
Campus 2, Morro do Lena - Alto do Vieiro, Apartado 4163
2411-901 Leiria (Portugal)
rui.santos@ipleiria.pt

De Cortázar a Rey Pastor, sesenta años de enseñanza de los determinantes en la universidad española: 1857-1917.

Yolima Álvarez Polo¹, Luis Español González²

En 1857, reinando en España Isabel II y con uno de los gobiernos liberales moderados presididos por Narváez, el ministro de Fomento Claudio Moyano sacó adelante una importante ley de reforma educativa que culminaba los esfuerzos liberales anteriores y que tuvo una larga vigencia con varias modificaciones. Por la Ley Moyano fueron elevadas a la categoría de Facultad las Secciones de Ciencias existentes hasta entonces en las Facultades de Filosofía de la universidad española. En ese año crucial en la historia educativa española, el ingeniero Juan Cortázar (1809-1873), que era el catedrático de ciencias exactas por antonomasia (y por único) de la universidad, publicó la octava edición, modificada, de su *Tratado de Álgebra* —la primera apareció en 1848—, en el que se utilizaban procedimientos incipientes de los determinantes para resolver sistemas lineales. El modo en que Cortázar trataba la cuestión era similar al usado por Maclaurin y Cramer en el siglo anterior.

Era la primavera pre-bélica de 1914, el joven catedrático de Análisis matemático de la Universidad Central de Madrid, Julio Rey Pastor (1888-1962), abandonó Gottinga interrumpiendo su segunda estancia en Alemania sufragado por la JAE. Mientras en Europa se iniciaba la guerra, en la España neutral Rey Pastor inició el ejercicio de su cátedra explicando unos cursos que renovaron significativamente la enseñanza de sus colegas veteranos, dando lugar, en primer lugar, en 1917, al libro de texto *Elementos de Análisis algebraico*, en el que se expone el algoritmo de los determinantes y se aplica a la resolución de sistemas lineales incorporando el teorema general con una demostración basada en el concepto de rango o característica de una matriz establecido por Kronecker y Frobenius.

El objetivo de esta comunicación es mostrar cómo fue evolucionando en España la enseñanza universitaria —del primer curso, fronterizo con la enseñanza secundaria— de los determinantes desde Cortázar hasta Rey Pastor, viendo como autores españoles sucesivos iban incorporando las novedades que en los libros de texto sobre esta materia se produjeron a lo largo del siglo XIX en algunos países de la Europa matemáticamente más avanzada.

Keywords: Historia de la matemática, determinantes, España, universidades, siglos XIX y principios del XX

MSC 2010: 01A55, 01A60, 01A73

Referencias

- [1] E. OUTERELO, *Evolución histórica de la Licenciatura en Matemáticas (Exactas) en la Universidad Central*. Facultad de Ciencias Matemáticas de la UCM, Madrid, 2009.
- [2] Y. ÁLVAREZ, L. ESPAÑOL, Algoritmos algebraicos lineales en el primer libro de texto (1917) de Julio Rey Pastor. *Llull* **35**(75), 13–36 (2012).
- [3] J. LLOMBART, M.C. CABALLER, El Álgebra en la enseñanza secundaria durante el siglo XIX y el primer tercio del siglo XX. Perfil biográfico y científico de algunos autores de libros de texto de Álgebra. *La Gaceta de la RSME* **14**(2), 343–371 (2011).

¹Facultad Tecnológica
Universidad Distrital F.J. de Caldas (Bogotá, Colombia)
Calle 75 Sur No. 68 A 51. Bogotá (Colombia)
yalvarezp@udistrital.edu.co

²Departamento de Matemáticas y Computación
Universidad de La Rioja
c/ Luis de Ulloa s/n, Edificio Vives, 26004, Logroño
luis.espanol@unirioja.es

Las matemáticas en la formación de los pilotos, en España, siglos XVI a XIX

Juncal Manterola¹, Itsaso Ibáñez², Maria Cinta Caballer³

La formación de pilotos fue realizada en España, desde el siglo XVI hasta las primeras décadas del XVIII, bajo el control de la Casa de la Contratación de Sevilla. En este dilatado período, existieron otros centros que se ocuparon de la enseñanza de la náutica, entre los que destaca el Colegio de San Telmo, fundado también en Sevilla, en 1681. A comienzos del siglo XVIII, los pilotos se formaban fundamentalmente en estos dos establecimientos, sin embargo, su número demostró ser insuficiente para garantizar el gobierno de los buques de un estado que había iniciado su recuperación marítima a partir de 1714, con el comienzo del reinado de los borbones. Una de las medidas adoptadas para remediar esta situación fue la creación del Cuerpo de Pilotos de la Armada, en 1748, para cuya formación se establecieron Escuelas en los tres departamentos marítimos.

Satisfechas las necesidades de la Armada, la carencia de pilotos para la flota mercante se puso de manifiesto a medida que se fue liberalizando el tráfico con América, proceso que culminó en 1778 con la promulgación del Reglamento de libre comercio con los puertos americanos. Esto favoreció la fundación de Escuelas Particulares de Náutica en distintos puertos del estado. La proliferación de escuelas, unida a los progresos producidos en las técnicas de navegación, hicieron necesario modernizar y uniformar estos estudios, para lo cual, en 1790, se aprobó el llamado Plan Winthuyssen, que estuvo en vigor hasta 1850.

En esta comunicación, el progreso en la formación de los pilotos españoles se estudia a través del análisis del contenido matemático de los programas de estudio seguidos en estos establecimientos.

Keywords: Historia Enseñanzas Náuticas, Matemáticas, Pilotos, España, siglos XVI-XIX

MSC 2010: 97M20, 97B70

¹Departamento de Matemática Aplicada, E.U. Politécnica de Donostia-San Sebastián
Universidad del País Vasco
Plaza de Europa 1, 20018 San Sebastián
mariajuncal.manterola@ehu.es

²Departamento de Ciencias y Técnicas de la Navegación, Máquinas y Construcciones Navales, ETS de Náutica y Máquinas Navales
Universidad del País Vasco
M^a Díaz de Haro 68, 48920 Portugalete.
itsaso.ibanez@ehu.es

³Universidad del País Vasco
mariacinta.caballer@ehu.es

Matemática Actuarial de planos de pensões – o incumprimento dos montepios de sobrevivência no século XIX

Ana Patrícia Martins

O Montepio Militar foi o primeiro montepio de sobrevivência criado em Portugal, em 1790. Mesmo com o suporte financeiro do Governo, os encargos decorrentes das pensões dos militares falecidos determinaram a sua extinção em 1843. Em 1840 foi estabelecido o primeiro montepio de sobrevivência civil, inspirado no outro, e que ainda perdura, o Montepio Geral. Os fundos de pensões de ambos, e mais genericamente os fundos de pensões de todos os montepios desse tipo que no século XIX funcionaram em Lisboa, não estavam edificados sobre os princípios correctos, ditados pela teoria de anuidades sobre a vida. A maior parte deles acabou por falir. Os princípios básicos dessa teoria eram conhecidos desde a primeira metade do século XVIII, por Abraham de Moivre (1667-1754), na obra *Annuities upon lives* (1725) e as primeiras sociedades usando bases actuariais surgiram em 1744 –o escocês *Scottish Ministers' Widows Fund*– e em 1762 –a seguradora londrina, ramo Vida, *Equitable*.

Nesta comunicação apresentamos o background teórico necessário para fundamentar planos de pensões, segundo o tratado *The Doctrine of Life-Annuities and Assurance* (1810), do actuário Francis Baily (1774-1844), pioneiro numa exposição acessível da Matemática Actuarial a quem possuísse um background matemático razoável. Comparamos essa fundamentação com a forma como estavam estabelecidos os planos da generalidade dos montepios de sobrevivência portugueses e reflectimos sobre as razões que limitaram essas associações, em particular o Montepio Geral, na reestruturação do seu plano de pensões, segundo os princípios da Ciência Actuarial –no caso do Montepio Geral, apenas em 1922.

Keywords: Matemática Actuarial, montepios de sobrevivência, século XIX

MSC 2010: 01A55, 62-03

Referências

- [1] F. BAILY, *The Doctrine of Life-Annuities and Assurances, analytically investigated and explained*. John Richardson, London, 1810.
- [2] J. HICKMAN, History of actuarial science. En *Encyclopedia of Actuarial Science*, vol II, 838–848. John Wiley & Sons, New Jersey, 2004.

Escola Superior de Educação
Rua Maximiano Aragão, 3504 - 501 Viseu (Portugal)
Centro Interuniversitário de História das Ciências e da Tecnologia – Pólo de
Lisboa
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa
Edifício C4 - Piso 3, 1749-016 Lisboa (Portugal)
anapatmartins@gmail.com

**Actividad de un matemático decimonónico. Lorenzo Presas
(1811-1875), catedrático de la *Universidad Literaria de
Barcelona* y de la *Escuela Industrial Barcelonesa***

Carles Puig-Pla

Lorenzo Presas y Puig (Sant Boi de Llobregat 1811- Barcelona 1875) se formó en las escuelas gratuitas de la Junta de Comercio de Barcelona, donde, entre otras disciplinas, estudió matemáticas con Onofre Jaime Novellas (1787-1849), primer profesor de la Cátedra de Matemáticas que la Junta fundó en 1819. Después de una amplia formación, Presas se encargó, entre 1841 y 1845, de la cátedra de Matemáticas puras en la recién restablecida Universidad Literaria de Barcelona. En 1847, ganó, por oposición en Madrid, la cátedra de Matemáticas sublimes, disciplina que impartiría en la Universidad de Barcelona, junto con la Mecánica racional.

En esta comunicación se pretende dar a conocer, además del perfil biográfico, las actividades matemáticas y aportaciones científicas de Lorenzo Presas. Este matemático, al establecerse la Escuela Industrial Barcelonesa (1850) fue también designado profesor de Geometría Analítica, Cálculo infinitesimal y Mecánica; y poco después de crearse la Facultad de Ciencias (1857), fue nombrado profesor de Complemento de Álgebra, Geometría y Trigonometría así como de Geometría analítica de dos y tres dimensiones (1860).

Presas, de hecho un científico multidisciplinar con inquietudes intelectuales diversas (astronomía, meteorología, metrología, farmacia, cristalografía, agrimensura, aerostática, hidráulica, etc.), fue considerado por Federico Pérez de Nueros (1830-1917) como “el último emisionista”. Desarrolló algún método matemático propio (como el “método de las secantes”) y en su trabajo dominó la idea de encontrar teorías unificadoras y modelos matemáticos que le permitieran explicar una diversidad de fenómenos naturales.

Keywords: Lorenzo Presas, Matemáticas Sublimes, Universidad de Barcelona, Escuela Industrial Barcelonesa

MSC 2010: 01A55

Referencias

- [1] J.I. MURO, L. URTEAGA, F. NADAL, Los trabajos cartográficos y catastrales de Llorenç Presas i Puig (1811-1875). *Treballs de la Societat Catalana de Geografia* **59**, 7–39 (2005).

- [2] F. PÉREZ DE NUEROS, *El último emisionista, trabajo de turno leído en la Real Academia de ciencias y artes, el año de 1887*. Ms, Caja 28, Archivo de la RACAB (Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona), 1887.
- [3] L. PRESAS, M. MAYMÓ, F. DUNAND, *Eclipse de sol del 18 de julio de 1860 observado en Oropesa por una reunión de catalanes*. Imprenta de Joaquín Bosch, Barcelona, 1861.
- [4] C. PUIG-PLA, Llorenç Presas i Puig. La matemàtica aplicada. En *Ciència i tècnica als Països Catalans. Una aproximació biogràfica als darrers 150 anys*, J.M. Camarasa, A. Roca, (dirs.), 145–180. Fundació Catalana per a la Recerca, Barcelona, 1995.
- [5] C. PUIG-PLA, La didàctica de la confrontación intelectual en las clases de Geografía astronómica de la Universidad de Barcelona (1841-45). En *Actas del IX Congreso de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas*, J.A. Pérez-Bustamante *et al.* (coords.), vol. II, 1123–1133. SEHCY / Universidad de Cádiz / Real Instituto y Observatorio de la Armada, Cádiz, 2006.

Departament de Matemàtica Aplicada I
 Universitat Politècnica de Catalunya
 Av. Diagonal, 647, 08028 Barcelona.
 carles.puig@upc.edu

La *Mecánica racional* (1906) del catedrático José Ruiz-Castizo y Ariza (1857-1929)

Claudia Vela Urrego¹, Luis Español González¹

A José Ruiz-Castizo y Ariza (1857-1929) le costó algún tiempo llegar a ser catedrático en la Universidad Central de Madrid, ubicación que era la aspiración última de casi todos los profesores universitarios. Lo consiguió en 1906, cuando pudo trasladar a la capital del Reino la cátedra de Mecánica racional que había logrado en 1896 con destino en la Universidad de Zaragoza. Durante los diez años pasados en la ciudad del Ebro inició la redacción de su curso de mecánica, que tomó forma de libro impreso en cuanto llegó a Madrid, destino afortunado que le garantizaba algunas ventas. La obra quedó inconclusa probablemente por falta de interés del autor en este proyecto. Ruiz-Castizo era físico-matemático de formación —lograda antes de 1900, cuando se independizaran las secciones de Exactas y de Físicas en la Facultad de Ciencias— y tenía una marcada predilección por la invención y fabricación de instrumentos, preferentemente dedicados a la medición de magnitudes físicas, aspecto sobre el que había tratado su tesis doctoral en 1883.

La comunicación pretende explicar el contenido de la obra *Mecánica racional* de Ruiz-Castizo y de otras obras menores del autor sobre el mismo tema. Daremos cuenta de las obras que consultó y del alcance de su trabajo en el contexto de la física-matemática española de su tiempo.

Keywords: Historia de la mecánica, Universidad española, Inicio del siglo XX

MSC 2010: 01A60, 01A73, 70-03

Referencias

- [1] J. BARINAGA, Necrología de José Ruiz-Castizo y Ariza. *Revista Matemática Hispano-Americana* **IV**, 54–57 (1929).
- [2] M.Á. MARTÍNEZ, C.T. VELA, Las patentes del catedrático José Ruiz-Castizo y Ariza (1857-1929). En *Actas del XI Congreso SEHCYT, Azkoitia (Guipuzkoa), 8-10 septiembre 2011*, J.M. Urkia (ed.), 199–207. RSBAP, San Sebastián, 2012.
- [3] C.T. VELA, M.Á. MARTÍNEZ, The inventions of José Ruiz-Castizo: the planimeter. En *The Circulation of Science and Technology: Proceedings of the 4th International Conference of the ESHS, Barcelona, 18-20 November 2010*. A. Roca-

Rosell (ed.), 1080–1088. SCHCT–IEC, Barcelona, 2012 (Publicación electrónica).

¹Departamento de Matemáticas y Computación
Universidad de La Rioja
Luis de Ulloa s/n, Edificio Vives, 26004, Logroño
clatere@hotmail.com
luis.espanol@unirioja.es

Antonio Portuondo (1845-1927) y la matematización de la Sociología. En el Centenario de los *Apuntes de Mecánica Social* (1912)

José M. Pacheco¹, Javier Pérez²

En este trabajo se estudia la contribución del ingeniero y matemático español Antonio Portuondo a la matematización de la Sociología en los primeros años del Siglo XX. En el libro de 1912 *Apuntes de Mecánica Social*, Portuondo describe su concepción de la Sociología en el lenguaje de la Mecánica Racional, traduciendo conceptos psicológicos y sociales a variables susceptibles de ser tratadas matemáticamente, tras lo cual continúa con la obtención de una serie de teoremas y conclusiones. *Apuntes* apareció por primera vez en forma de notas de clase para el curso 1893-1894 y más tarde, a lo largo de 1912, en un conjunto de diez artículos en la Revista de Obras Públicas que denominamos colectivamente Portuondo 1912a, 1-10. El mismo año se publicó como libro, sin modificaciones en el texto. Puede encontrarse en la Revista de Obras Públicas: <http://ropdigital.ciccp.es/public/>.

Se estudia con cierto detenimiento el contenido matemático y físico de *Apuntes*, mostrando la influencia del impenitente antimetafísico Ernst Mach en la construcción de las ideas expresadas en el libro. También se reflexiona sobre el hecho de que un ingeniero –en el sentido francés de la palabra– como Portuondo produjese sólo un cuerpo teórico, apegándose a la abstracción sin intención práctica alguna.

Además, se ofrecen algunas consideraciones sobre el papel de las Matemáticas en la investigación sociológica, así como la descripción de un posible conflicto de prioridades con el matemático y político rumano Spiru Haret.

Keywords: Matemáticas, Mecánica, Sociología

MSC 2010: 01A60, 01A72

¹Departamento de Matemáticas
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria
Campus de Tafira Baja
35017 Las Palmas de Gran Canaria
pacheco@dma.ulpgc.es

²Departamento de Matemáticas
Universidad de Cádiz
Campus de Río San Pedro
11510 Puerto Real (Cádiz)
javier.perez@uca.es

Excedente y déficit. El método de doble falsa posición en los *Nueve Capítulos*, clásico matemático de la China antigua

Iolanda Guevara Casanova

La regla de falsa posición, simple o doble, es un procedimiento que aparece en diferentes culturas, y en diferentes momentos de la historia de las matemáticas – Egipto, Mundo Árabe y en las Aritméticas comerciales del s. XV, para poner tres ejemplos– cuando a falta de la notación actual, la resolución de problemas que hoy en día se resuelven con una ecuación de 1^{er} grado era una tarea difícil por carencia de una notación adecuada.

En los *Nueve Capítulos sobre los procedimientos matemáticos* (Jiuzhang suanshu), los matemáticos chinos (s. I) utilizan la regla de falsa posición doble, también conocida como método de la deficiencia y el excedente, para resolver ecuaciones lineales en una variable. Esta regla se describe en el capítulo 7 que tiene como subtítulo “Excedente y déficit”.

En esta comunicación se presentará brevemente la obra de los *Nueve capítulos sobre los procedimientos matemáticos* y se analizará el capítulo 7, correspondiente al desarrollo del método de doble falsa posición aplicado a problemas lineales y no lineales.

Keywords: Matemáticas chinas en la Antigüedad, Nueve Capítulos sobre los procedimientos matemáticos, Liu Hui, falsa posición, ecuaciones lineales.

MSC 2010: 01A25

Referencias

- [1] K. CHEMLA, G. SHUCHUN (eds.), *Les Neuf Chapitres, le classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires* [edición crítica bilingüe]. Dunod, París, 2005.
- [2] K. CHEMLA, Reflections on the World-wide History of the Rule of False Double Position, or: How a Loop Was Closed. *Centaurus* **39**, 97–120 (1997).
- [3] J.W. DAUBEN, Chinese Mathematics. En *The Mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India and Islam. A sourcebook*, V.J. Katz (ed.), 187–384. Princeton University Press, 2007.

- [4] J. HANNAH, False position in Leonardo of Pisa's Liber Abbaci. *Historia Mathematica* **34**, 306–332 (2007).
- [5] J. PLA, Presentació i anàlisi de la Suma de la art de arismetica de Sancliment. *Bulletí de la SCM* **25**(1, 2), 43–79, 171–210 (2010).

INS Badalona VII
Universitat Politècnica de Catalunya
c/Temple 26, 2^o, 2^a, 08911 Badalona
iolanda.guevara@gmail.com

Almada Negreiros e os frescos de Coimbra

Carlota Simões

Os dois frescos de Almada Negreiros que se encontram à entrada do Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra acabaram por ser a derradeira obra daquele autor. Encomendados por José Bayolo Pacheco de Amorim, os painéis representam, respectivamente, a matemática portuguesa e a evolução da matemática universal [1].

Confrontando o *Programa para as Obras de Arte*, as maquetes que pertencem ao espólio do Museu Nacional Machado de Castro e os frescos finais, verificamos que Almada Negreiros respeita o programa das obras de arte, revela as suas ideias acerca do número, da proporção e da geometria [2], sem deixar de assinalar a Crise Académica de 1969 que se instalou em Coimbra entre a inauguração do Edifício das Matemáticas e a inauguração dos frescos [3].

Keywords: Almada Negreiros, Painéis, Universidade de Coimbra

MSC 2010: 01

Referências

- [1] J.B. PACHECO DE AMORIM, *Programa para as Obras de Arte do Edifício da Matemática*. Coimbra, 1967.
- [2] L. DE FREITAS, *Pintar o Sete, Ensaio sobre Almada Negreiros, o Pitagorismo e a Geometria Sagrada*. Imprensa Nacional Casa da Moeda, 1990.
- [3] M.D. DUARTE, *As Cores da Matemática segunda Almada Negreiros – Arte e Política na Universidade de Coimbra*. Secção Filatélica da Associação Académica de Coimbra, 1999.

¹Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra
Apartado 3008
EC Santa Cruz
3001 501 Coimbra
Portugal
carlota@mat.uc.pt

Los números reales en el estructuralismo bourbakista

Maribel Anacona¹, Javier Pérez², Luis Carlos Arboleda¹

En esta comunicación se presenta de manera sintética la construcción de los números reales realizada por Bourbaki en los *Éléments de Mathématique* y se destaca el papel que tienen las estructuras topológicas y uniformes en dicha elaboración. Particularmente se resalta el rápido ingreso de la topología en el proceso de completación de los números racionales. De otra parte, recurriendo a una lectura teleológica en lenguaje de categorías, se comparan los reales de Bourbaki con los de Hilbert. En el caso de Hilbert se muestra que en la categoría de los cuerpos arquimedianos totalmente ordenados, los números reales constituyen el objeto final. En el caso de Bourbaki se muestra que en la categoría de los espacios uniformes completos que contienen a los racionales, los números reales constituyen el objeto inicial. En definitiva se pone de manifiesto que, mientras el asunto de la completitud se cierra en Hilbert, en Bourbaki constituye el punto de partida a nuevas posibilidades e interpretaciones.

Keywords: Números Reales, Bourbaki, Hilbert, Completitud

MSC 2010: 01A60, 97A30

Referencias

- [1] N. BOURBAKI, Topologie générale. *Éléments de Mathématique*. Hermann, Paris, 1971.
- [2] N. BOURBAKI, *Elementos de historia de las matemáticas*. Alianza Editorial, Madrid, 1972.
- [3] H. CARTAN, Théorie des filtres. *Comptes-rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, **205**, pp. 595–598 (1937).
- [4] H. CARTAN, Filtres et ultrafiltres. *Comptes-rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, **205**, pp. 777–779 (1937).
- [5] J. DIEUDONNÉ, Sur les espaces uniformes complets. *Annales scientifiques de l'É.N.S.*, **3** (56), pp. 277–291 (1939).
- [6] P. DUGAC, Histoire des espaces complets. *Revue d'histoire des sciences*, **37** (1), pp. 3–28 (1984).

- [7] D. HILBERT, On the concept of number. En *From Kant to Hilbert. A source book in the foundations of mathematics*, W. Ewald (eds), pp. 1089–1095. Oxford University Press, New York, 1900.

¹Área de Educación Matemática
Instituto de Educación y Pedagogía (Universidad del Valle)
760034 Cali (Colombia)
maribel.anacona@correounivalle.edu.co
luis.carlos.arboleda@gmail.com

²Departamento de Matemáticas
Facultad de Ciencias (Universidad de Cádiz)
11510 Puerto Real (España)
javier.perez@uca.es

S11

Harmonic Analysis

Mie 23, 17:00 - 17:45, Aula 5 — Javier Duoandikoetxea:
Weights for the Calderón operator and characterizations of A_∞

Mie 23, 17:50 - 18:35, Aula 5 — Francisco Javier Martin-Reyes:
Convergence of lacunary ergodic Cesàro averages and weighted inequalities

Mie 23, 18:40 - 19:35, Aula 5 — Luigi Fontana:
Exponential Integrability: classical results, recent developments and some open problems

Jue 24, 11:00 - 11:45, Aula 5 — Andrei K. Lerner:
Sharp weighted bounds for multilinear maximal functions and Calderón-Zygmund operators

Jue 24, 11:50 - 12:35, Aula 5 — Kabe Moen:
Improved weighted estimates for classical operators

Jue 24, 12:40 - 13:35, Aula 5 — Ioannis Parissis:
The endpoint Fefferman-Stein inequality for the strong maximal function

Jue 24, 17:00 - 17:45, Aula 5 — Jorge J. Betancor:
Vector valued multivariate spectral multipliers, Littlewood-Paley functions, and Sobolev spaces in the Hermite setting

Jun 24, 17:50 - 18:35, Aula 5 — Guixiang Hong:
Calderón-Zygmund operators associated to matrix-valued kernels

Jun 24, 18:40 - 19:35, Aula 5 — Ezequiel Rela:
Sharp norm inequalities with A_∞ weights for the Hardy-Littlewood maximal function on Spaces of Homogeneous Type

Jun 25, 11:00 - 11:45, Aula 5 — Joan Mateu:
 L^p estimates for the maximal singular integral in terms of the singular integral.

Jun 25, 11:50 - 12:35, Aula 5 — F.J. Pérez Lázaró:
On Gagliardo-Nirenberg type inequalities

Jun 25, 12:40 - 13:35, Aula 5 — Jesús Munárriz Aldaz:
The centered Hardy-Littlewood maximal operator in high dimensions

Jun 25, 17:00 - 17:45, Aula 5 — José L. Torrea:
Harnack's inequality for fractional operators

Jun 25, 17:50 - 18:35, Aula 5 — María Carmen Reguera:
(TBA)

WEIGHTS FOR THE CALDERÓN OPERATOR AND CHARACTERIZATIONS OF A_∞

Javier Duoandikoetxea¹, Francisco J. Martín-Reyes², Sheldy Ombrosi³

The Calderón operator is the sum of the Hardy averaging operator and its adjoint. We show that the weights for which the Calderón operator is bounded on $L^p(w)$ or is of weak-type (p, p) with respect to $w(x)dx$ are the same as those corresponding to the Muckenhoupt basis in $(0, \infty)$ formed by intervals starting at 0. The weights for the strong type and the weak type coincide for $1 < p < \infty$ and differ for $p = 1$. We prove that the same classes of weights are obtained considering the sum of the Riemann-Liouville and Weyl averaging operators. Several counterexamples are given to show that some of the typical properties of the usual A_p weights, like the reverse Hölder inequality, can fail for this class of weights.

In the second part of the talk we discuss the different characterizations of A_∞ in the case of general bases. In particular, we show that most of them define different classes of weights for the above-mentioned basis related to the Calderón operator.

Keywords: Calderón operator, weighted inequalities, Muckenhoupt bases, A_∞ classes

MSC 2010: 42B25, 47G10

References

- [1] J. BASTERO; M. MILMAN; F. J. RUIZ, On the connection between weighted norm inequalities, commutators and real interpolation. *Mem. Amer. Math. Soc.* **154** (731), (2001).
- [2] J. DUOANDIKOETXEA; F. J. MARTÍN-REYES; S. OMBROSI, Calderón weights as Muckenhoupt weights. *Indiana Univ. Math. J.*, to appear.
- [3] J. DUOANDIKOETXEA; F. J. MARTÍN-REYES; S. OMBROSI, On the A_∞ conditions for general bases. Preprint.

¹Departamento de Matemáticas
Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea
Apartado 644, 48080 Bilbao, Spain
javier.duoandikoetxea@ehu.es

²Departamento de Análisis Matemático
Universidad de Málaga
29071 Málaga, Spain
martin_reyes@uma.es

³Departamento de Matemática
Universidad Nacional del Sur
Bahía Blanca, 8000, Argentina
sombrosi@uns.edu.ar

Convergence of lacunary ergodic Cesàro averages and weighted inequalities

Francisco Javier Martín Reyes ¹

Let T be a positive linear operator with positive inverse. We consider the ergodic Cesàro- α averages

$$\mathcal{A}_{n,\alpha}f = \frac{1}{A_n^\alpha} \sum_{k=0}^n A_{n-k}^{\alpha-1} T^k f, \quad 0 < \alpha \leq 1,$$

and the ergodic Cesàro- α maximal operator associated to T . For Lebesgue spaces $L^p(\nu)$, the good range for the convergence of the Cesàro- α averages and the boundedness of the maximal operator is $1/\alpha < p < +\infty$. In this lecture we shall recall previous results about convergence of ergodic averages and we shall present some of the results in [1] about the convergence of the lacunary sequence $\mathcal{A}_{2^k,\alpha}f$ and the boundedness of its associated ergodic maximal operator. We get positive results in the range $1 \leq p < \frac{1}{1-\alpha}$. We use transference arguments which leads to us to study in depth weighted inequalities of the lacunary Cesàro- α maximal operator in the setting of the integers and in the setting of the real line.

Keywords: Cesàro- α ergodic averages, lacunary ergodic averages, ergodic maximal operator, positive operator, nonsingular transformation, weighted inequalities

MSC 2010: 47A35, 37A40, 42B25

References

- [1] ANA BERNARDIS; BIBIANA IAFFEI; FRANCISCO J. MARTÍN-REYES, Convergence of the lacunary ergodic Cesàro averages. *Journal of Mathematical Analysis and Applications* **389**(1), 226–246 (2012).

¹Departamento de Análisis Matemático, Facultad de Ciencias
Universidad de Málaga,
Campus de Teatinos, 29071 Málaga, Spain
martin_reyes@uma.es

Exponential Integrability: classical results, recent developments and some open problems

Luigi Fontana¹

As early as 1929 Zygmund proved sharp exponential integrability for the conjugate function on L^∞ on the unit circle. However, after the works of Trudinger (1967), Moser (1971) and Adams (1988), exponential integrability is commonly associated with the critical cases of Sobolev embeddings. In this lecture, after a survey of the classical results, we will present some recent developments focusing particularly on joint work of C. Morpurgo and the speaker, give a glimpse of the proofs and mention some open problems

Keywords: Sobolev embeddings, Moser-Trudinger inequalities, Exponential integrability

MSC 2010: 46E35, 26D10

¹Dipartimento di Matematica e applicazioni
Università di Milano-Bicocca
via Cozzi 53, 20125 Milano, Italy
luigi.fontana@unimib.it

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

Sharp weighted bounds for multilinear maximal functions and Calderón-Zygmund operators

Andrei K. Lerner¹

Recently sharp weighted A_p and mixed $A_p - A_\infty$ estimates have been obtained for the Hardy-Littlewood and Calderón-Zygmund operators. We shall discuss some extensions of these results to a multilinear setting. In particular, we obtain a multilinear version of the A_2 conjecture. Based on joint work with W. Damián and C. Pérez.

Keywords: Multilinear maximal operator, Calderón-Zygmund theory, sharp weighted bounds.

MSC 2010: 42B20, 42B25

¹Department of Mathematics
Bar-Ilan University
Ramat Gan 52900, Israel
aklerner@netvision.net.il

Improved weighted estimates for classical operators

Kabe Moen¹

We will talk about some recent advances concerning the A_2 theorem. First we give a short proof of the sharp bound for singular integrals that holds for all p , $1 < p < \infty$ from [4]. The novelty of this proof is that it avoids extrapolation and two weight testing conditions. We will also talk about some mixed estimates for singular and fractional integrals where the constants only involve one supremum. This talk will be based on joint works with A. K. Lerner [3] and D. Cruz-Uribe [1, 2].

References

- [1] DAVID CRUZ-URIBE AND KABE MOEN, One and two weight norm inequalities for Riesz potentials. *Illinois J. of Math.* to appear.
- [2] DAVID CRUZ-URIBE AND KABE MOEN, A fractional Muckenhoupt-Wheeden theorem and its consequences. Preprint (2012).
- [3] ANDREI K. LERNER AND KABE MOEN, Mixed A_p - A_∞ estimates with one supremum. Preprint (2012).
- [4] DAVID CRUZ-URIBE AND KABE MOEN, Sharp weighted bounds without testing or extrapolation. *Arch. Math.* **99**, 457–466 (2012).

¹Department of Mathematics
University of Alabama
kmoen@as.ua.edu

The endpoint Fefferman-Stein inequality for the strong maximal function

Teresa Luque¹, Ioannis Parissis²

Let Mf denote the strong maximal function of f , that is the maximal average of f with respect to rectangles parallel to the coordinate axes. We prove the natural endpoint Fefferman-Stein inequality for M and any strong Muckenhoupt weight w :

$$w(\{x \in \mathbf{R}^n : Mf(x) > \lambda\}) \leq C_{w,n} \int_{\mathbf{R}^n} \frac{|f(x)|}{\lambda} \left(1 + \left(\log^+ \frac{|f(x)|}{\lambda}\right)^{n-1}\right) Mw(x) dx.$$

This extends the corresponding two-dimensional result of T. Mitsis.

Keywords: Fefferman-Stein, rectangles, strong maximal function

MSC 2010: 42B25, 42B2

¹Departamento de Analisis Matemático
Universidad de Sevilla
41080 Sevilla, Spain
tluquem@us.es

²Department of Mathematics
Aalto University
P.O.B 11100, FI-00076, Finland
ioannis.parissis@gmail.com

Vector valued multivariate spectral multipliers, Littlewood-Paley functions, and Sobolev spaces in the Hermite setting

Jorge. J. Betancor¹, Juan C. Farina¹, A. Sanabria¹

In this paper we find new equivalent norms in $L^p(\mathbb{R}^n, \mathbb{B})$ by using multivariable Littlewood-Paley functions associated with Poisson semigroup for the Hermite operator, provided that $\mathbb{B}$ is a UMD Banach space with the property (α) . In order to do this we previously establish the corresponding property when the classical Poisson semigroup is considered and we use γ -radonifying operator. Our new equivalent norms allow us to obtain $L^p(\mathbb{R}^n, \mathbb{B})$ -boundedness properties for (vector valued) multivariable spectral multipliers for Hermite operators. As application of this Hermite multiplier theorem we prove that the Banach valued Hermite Sobolev and potential spaces coincide.

Keywords: spectral multipliers, Hermite, Sobolev spaces

MSC 2010: 42C05, 42C15

¹Departamento de Análisis Matemático
Universidad de La Laguna
38271, La Laguna, Tenerife (Spain)
jbetanco@ull.es

Calderón-Zygmund operators associated to matrix-valued kernels

Guixiang Hong¹

Calderón-Zygmund operators with noncommuting kernels may fail to be L_p -bounded for $p \neq 2$, even for kernels with good size and smoothness properties. Matrix-valued paraproducts, Fourier multipliers on group vNa's or noncommutative martingale transforms are frameworks where we find such difficulties. We obtain weak type estimates for perfect dyadic CZO's and cancellative Haar shifts associated to noncommuting kernels in terms of a row/column decomposition of the function. Arbitrary CZO's satisfy $H_1 \rightarrow L_1$ type estimates. In conjunction with $L_\infty \rightarrow \text{BMO}$, we get certain row/column L_p estimates. Our approach also applies to noncommutative paraproducts or martingale transforms with noncommuting symbols/coefficients. Our results complement recent results of Junge, Mei, Parcet and Randrianantoanina.

¹ICMAT, CSIC, Madrid
guixiang.hong@icmat.es

Sharp norm inequalities with A_∞ weights for the Hardy–Littlewood maximal function on Spaces of Homogeneous Type

Ezequiel Rela¹

We present quantitative versions of one-weight and two-weight theorems for the Hardy–Littlewood maximal operator within the context of spaces of homogeneous type.

One way to obtain such results is by using a sharp Reverse Hölder Inequality for A_∞ weights. Although it is not strictly necessary, this inequality is interesting on its own and therefore we present here a new and recent proof, with the extra advantage of allowing us to extend the result to any space of homogeneous type. In this case, we obtain a *weak* RHI which is still sharp in the dependence on the A_∞ constant of the weight. Then we can derive a precise version of the classical open property for A_p classes and the L^p boundedness of the maximal function.

We also will show a more general result concerning the problem of finding sufficient conditions for the two-weight boundedness of the H–L maximal operator. We provide sufficient conditions in terms of Orlicz norms and obtain, as a corollary, a different and direct proof of the sharp one-weight inequality *without* using the Reverse Hölder Inequality.

Keywords: Space of homogeneous type, Muckenhoupt weights, Reverse Hölder, Maximal functions, Sawyer’s theorem

MSC 2010: 42B25, 43A85

References

- [1] TUOMAS HYTÖNEN, CARLOS PÉREZ, AND EZEQUIEL RELA, Sharp reverse Hölder property for A_∞ weights on spaces of homogeneous type. *J. Funct. Anal.* **263**(12), 3883–3899 (2012).
- [2] CARLOS PÉREZ, AND EZEQUIEL RELA, A quantitative two weight theorem for the Hardy–Littlewood maximal operator on spaces of homogeneous type. *Preprint*.

¹Departamento de Análisis Matemático, Facultad de Matemáticas
Universidad de Sevilla
Av. Reina Mercedes s/n. (41012), Sevilla
erela@us.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

L^p estimates for the maximal singular integral in terms of the singular integral

Joan Mateu¹

In this talk we describe a complete characterization of Calderón-Zygmund operators for which one can control the weighted L^p norm of the maximal singular operator by the weighted L^p norm of the operator for any weight in the Muckenhoupt class, $1 < p < \infty$.

¹Departament de Matemàtiques,
Universitat Autònoma de Barcelona
mateu@mat.uab.cat

On Gagliardo-Nirenberg type inequalities

V.I. Kolyada¹, F.J. Pérez Lázaro²

We present a Gagliardo-Nirenberg inequality which bounds Lorentz norms of the function by Sobolev norms and homogeneous Besov quasinorms with negative smoothness. We prove also other versions involving Besov or Triebel-Lizorkin quasinorms. These inequalities can be considered as refinements of Sobolev type embeddings. They can also be applied to obtain Gagliardo-Nirenberg inequalities in some limiting cases. Our work extends results of [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7] in some sense. Our methods are based on estimates of rearrangements in terms of heat kernels. These methods enable us to cover also the case of Sobolev norms with $p = 1$.

Keywords: Gagliardo-Nirenberg inequality, Sobolev spaces, Besov spaces, Triebel-Lizorkin spaces

MSC 2010: Primary 46E35, 26D10; Secondary 46E30

References

- [1] H. BAHOURI AND A. COHEN, Refined Sobolev inequalities in Lorentz spaces. *J. Fourier Anal. Appl.* **17**, 662–673 (2011).
- [2] A. COHEN, Y. MEYER AND F. ORU, Improved Sobolev embedding theorem. *Séminaire sur les Équations aux Dérivées Partielles*, 1997-1998, Exp. No. XVI, 16pp., École Polytech., Palaiseau, 1998.
- [3] A. COHEN, R. DEVORE, P. PETRUSHEV, H. XU, Nonlinear approximation and the space $BV(R^2)$. *Amer. J. Math.* **121**(3), 587–628 (1999).
- [4] A. COHEN, W. DAHMEN, I. DAUBECHIES AND R. DEVORE, Harmonic analysis of the space BV . *Rev. Mat. Iberoamericana* **19**, 235–263 (2003).
- [5] M. LEDOUX, On improved Sobolev embedding theorems. *Math. Res. Lett.* **10**(5-6), 659–669 (2003).
- [6] J. MARTÍN AND M. MILMAN, Sharp Gagliardo-Nirenberg inequalities via symmetrization. *Math. Res. Lett.* **14**(1), 49–62 (2006).

- [7] H. WADADE, Remarks on the Gagliardo-Nirenberg type inequality in the Besov and the Triebel-Lizorkin spaces in the limiting case. *J. Fourier Anal. Appl.* **15**, 857–870 (2009).

¹Department of Mathematics
Karlstad University
Universitetsgatan 1
651 88 Karlstad– Sweden
viktor.kolyada@kau.se

²Departamento de Matemáticas y Computación
Universidad de La Rioja
Edif. Vives, c. Luis de Ulloa
26004 Logroño–Spain
javier.perezl@unirioja.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

The centered Hardy-Littlewood maximal operator in high dimensions

Jesús Munárriz Aldaz¹

We discuss some recent and not so recent results by several authors, regarding the centered Hardy-Littlewood maximal operator M , and more specifically, how the best constants in the weak and strong type inequalities change with the dimension. Open problems will also be mentioned.

Keywords: Hardy-Littlewood maximal operator

MSC 2010: 42B25

Department of Mathematics
Universidad Autónoma de Madrid
Cantoblanco 28049, Madrid, Spain
`jesus.munarriz@uam.es`

Harnack's inequality for fractional operators

José L. Torrea

We shall discuss interior Harnack's inequalities for solutions of fractional non-local equations. Our examples include fractional powers of divergence form elliptic operators with potentials and operators arising in classical orthogonal expansions. To get the results we use Semigroup theory, a generalization of the Caffarelli-Silvestre extension problem, the Harnack's inequality for degenerate Schrödinger operators proved by C. E. Gutiérrez, and a transference method. In this manner we apply local PDE techniques to nonlocal operators.

Keywords: Semigroups, Fractional powers of operators, Harnack's inequality.

MSC 2010: 35R11, 47D06

References

- [1] P. R. STINGA AND J. L. TORREA, Extension problem and Harnack's inequality for some fractional operators, *Comm. Partial Differential Equations* **35**, 2092–2122 (2010).
- [2] I. ABU-FALAHAH, J.L. TORREA. Hermite function expansions versus Hermite Polynomial expansions. *Glasgow Math. J.* **48**, 203–215, 2006.
- [3] P.R. STINGA, C. ZHANG. Harnack's inequality for fractional operators. *Discrete Cont. Dyn. Syst.* Por aparecer.

Departamento de Matemáticas
Universidad Autónoma de Madrid
28049 Madrid. Spain
joseluis.torrea@uam.es

S12

Aspectos topológicos en álgebra y geometría

Vie 25, 11:00 - 11:30, Aula 8 — Cristina Costoya:

Autoequivalencias y grupos algebraicos lineales no finitos

Vie 25, 11:40 - 12:10, Aula 8 — Federico Cantero:

Estabilidad homológica para espacios de subvariedades

Vie 25, 12:20 - 12:50, Aula 8 — Urtzi Buijs:

Homotopía racional de espacios no conexos

Vie 25, 13:00 - 13:30, Aula 8 — Carlos Moraga:

El problema de isotopía de 1-formas cerradas no singulares

Vie 25, 17:00 - 17:30, Aula 8 — José Manuel Salazar:

Dinámica de homeomorfismos del plano que invierten orientación

Vie 25, 17:40 - 18:10, Aula 8 — Antonio Viruel:

Aplicaciones rígidas

Vie 25, 18:20 - 18:50, Aula 8 — Ramón Flores:

Funtores homotópicos idempotentes y espacios clasificadores

Autoequivalencias y grupos algebraicos lineales no finitos*

Cristina Costoya¹, Antonio Viruel²

En un trabajo reciente [1], demostramos que todo grupo *finito* G es el grupo $\mathcal{E}(X_0)$ de autoequivalencias de (infinitos) espacios racionales de tipo finito, X_0 . Para construirlos, introducimos una técnica que lleva a la existencia de una infinidad de variedades inflexibles, así como aplicaciones al problema de isomorfismo de grupos [2]. Ésta que tratamos aquí es la continuación natural de dicho trabajo, interesándonos en el mismo problema para grupos *no finitos*. Es conocido que $\mathcal{E}(X_0)$ es un grupo algebraico lineal racional [3] y por tanto no todo grupo infinito es de esa forma, por ejemplo el grupo de los enteros $\mathbb{Z}$. En esta charla mostraremos cuándo un álgebra minimal de Sullivan realiza grupos algebraicos lineales no finitos, y daremos ejemplos no triviales de realización.

Keywords: 55P60, 55P62, 20F29, 55P10, 05C25

MSC 2010: Autoequivalencias, grupo algebraico, homotopía racional

Referencias

- [1] C. COSTOYA, A. VIRUEL, Every finite group is the group of self homotopy equivalences of an elliptic space, *arXiv:1106.1087*.
- [2] C. COSTOYA, A. VIRUEL, Faithful actions on Differential Graded Algebras determine the isomorphism type of a large class of groups, *arXiv:1206.3639*.
- [3] D. SULLIVAN, Infinitesimal computations in topology, *Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math*, **47**, 269–331 (1977).

¹Departamento de Computación, Álgebra,
Universidade da Coruña
Campus de Elviña, s/n, 15071 - A Coruña
cristina.costoya@udc.es

*Trabajo en progreso

²Departamento de Álgebra, Geometría y Topología
Universidad de Málaga
Apdo correos 59, 29080 Málaga
viruel@agt.cie.uma.es

Estabilidad homológica para espacios de subvariedades

Federico Cantero¹

En este trabajo conjunto con Oscar Randal-Williams, demostramos que el espacio de superficies compactas y conexas en una variedad fijada tienen estabilidad homológica. Asimismo identificamos los grupos de homología estables como grupos de homología de un espacio de secciones. El resultado generaliza a dimensión 2 los teoremas de estabilidad homológica para espacios de configuraciones.

Keywords: Homología, espacio de configuraciones, superficies

MSC 2010: 57R90, 57R15, 57R56, 55P47

¹Facultat de Matemàtiques,
Universitat de Barcelona,
Barcelona
federico.j.cantero@gmail.com

Homotopía racional de espacios no conexos.

Urtzi Buijs¹

La teoría de homotopía racional se cimienta sobre las equivalencias entre categorías homotópicas probadas por D. Quillen y D. Sullivan, que permiten describir completamente el tipo de homotopía racional de espacios 1-conexos y espacios nilpotentes de tipo finito en términos de álgebras de Lie graduadas diferenciales (DGL) y álgebras diferenciales graduadas conmutativas (CDGA) respectivamente.

En esta charla modelizaremos algebráicamente el tipo de homotopía racional de espacios no conexos permitiendonos entender el significado de ciertas construcciones propias de teoría de deformación bajo una óptica topológica. En particular, la construcción de Lawrence-Sullivan para el intervalo tendrá un papel significativo.

La posibilidad de extender el campo de estudio permitirá entender ciertos objetos en las categorías DGL y CDGA en términos de espacios no conexos del mismo modo en que, para un espacio conexo X , sus objetos cilindro y camino en la categoría basada vienen dados por $(X, x_0) \wedge I^+$ y $\text{map}^*(I^+, (X, x_0))$ respectivamente, donde I^+ denota la unión disjunta del intervalo con un punto base exterior.

Keywords: Homotopía racional, álgebras diferenciales graduadas.

MSC 2010: 55P62

¹Université Catholique Louvain,
Louvain-la-Neuve, Bélgica
urtzibuijs@gmail.com

El problema de isotopía de 1-formas cerradas no singulares

Carlos Moraga Ferrándiz¹

La teoría de pseudo-isotopía está relacionada con el problema de si dos funciones $f_0, f_1: N \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ sin puntos críticos en una variedad compacta son siempre isotopas; este problema fue resuelto por Cerf (véase [1]) cuando la variedad es simplemente conexa. Para cualquier N , Hatcher y Wagoner determinaron obstrucciones en un grupo $Wh_2(\pi_1(N))$, que vive dentro de la teoría K del anillo de grupo $\mathbb{Z}[\pi_1(N)]$ (ver [2]), para $\dim(M) \geq 5$.

Utilizaremos ideas de la teoría de pseudo-isotopía para atacar el problema de cuántas clases de isotopía de 1-formas cerradas no singulares α se puede encontrar en $u = [\alpha] \in H^1(M, \mathbb{R})$, una clase de cohomología de de Rham fijada, con $\dim(M) \geq 6$.

Keywords: topología diferencial, isotopía, cohomología

MSC 2010: 57R52

Referencias

- [1] J. CERF, La stratification naturelle des espaces de fonctions différentiables réelles et le théorème de la pseudo-isotopie. *Publication mathématique de l'IHES* **39** (1970).
- [2] A. HATCHER; J. WAGONER Pseudo-isotopies of compact manifolds *Astérisque* **6** (1973).
- [3] C. MORAGA FERRÁNDIZ, *Contribution à une théorie de Morse-Novikov à paramètre*. Tesis doctoral, Université de Nantes, 2012.

¹Laboratoire de Mathématiques Jean Leray
Université de Nantes
F-4432 Nantes, Francia
Carlos.Moraga@univ-nantes.fr

Dinámica de homeomorfismos del plano que invierten orientación

José Manuel Salazar¹, Francisco R. Ruiz del Portal²

Sea U un subconjunto abierto de $\mathbb{R}^2$ y sea $f : U \rightarrow f(U) \subset \mathbb{R}^2$ un homeomorfismo local. Dado un punto fijo de f , aislado como punto periódico, en esta charla estudiaremos la dinámica local del homeomorfismo en sus proximidades y sus relaciones con el índice de punto fijo de las iteradas de la función [2]. Nos serviremos de herramientas topológicas como el índice de Conley [1] y la teoría de finales primos de Carathéodory [3], que nos permitirán probar uno de los principales resultados de nuestro trabajo, que es la equivalencia entre estabilidad y estabilidad asintótica para homeomorfismos que invierten orientación.

Keywords: Índice de punto fijo, índice de Conley, homeomorfismo, atractor, estabilidad

MSC 2010: 37B30, 37C25

Referencias

- [1] J. FRANKS, D. RICHESON, Shift equivalence and the Conley index. *Trans. Amer. Math. Soc* **352**(7), 3305–3322 (2000).
- [2] F.R. RUIZ DEL PORTAL, J. M. SALAZAR, Fixed point index of iterations of local homeomorphisms of the plane: a Conley-index approach. *Topology* **41**, 1199–1212 (2002).
- [3] C. CARATHÉODORY, Über die Begrenzung einfach zusammenhängender Gebiete. *Math. Annalen* **73**, 323–370 (1913).

¹Departamento de Física y Matemáticas.
Universidad de Alcalá.
Alcalá de Henares, Madrid, 28871, España.
josem.salazar@uah.es

²Departamento de Geometría y Topología, Facultad de CC. Matemáticas.
Universidad Complutense de Madrid.
Madrid, 28040, España.
`R_Portal@mat.ucm.es`

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

Aplicaciones rígidas

Antonio Viruel¹

En este trabajo conjunto con Cristina Costoya consideramos el grupo de autoequivalencias homotópicas de una aplicación continua. Mostraremos que existen aplicaciones continuas rígidas de tipo genérico, esto es, dados G y H grupos finitos, existe $f: X \rightarrow Y$ tal que $\mathcal{E}(X) \cong G$, $\mathcal{E}(Y) \cong H$ pero $\mathcal{E}(f) \cong \{1\}$.

Keywords: Autoequivalencias homotópicas, grupo finito

¹D. Álgebra, Geometría y Topología
Campus de Teatinos, Universidad de Málaga
29071 Málaga
`viruel@agt.cie.uma.es`

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

Funtores homotópicos idempotentes y espacios clasificadores.

Ramón J. Flores¹

En esta charla repasamos algunos resultados recientes que conciernen a la descripción del efecto de los funtores idempotentes en homotopía inestable. En particular, nos centramos en el efecto de estos funtores sobre espacios de Eilenberg-MacLane, y su relación con sus correspondientes versiones en Teoría de Grupos.

Keywords: Teoría de homotopía, espacios de Eilenberg-MacLane, funtores idempotentes.

MSC 2010: 55P20, 55P80, 55P65

¹Departamento de Estadística, Universidad Carlos III,
28029 Colmenarejo, Madrid
`rflores@est-econ.uc3m.es`

S13

Análisis Geométrico

Jue 24, 17:00 - 17:50, Aula 2 — Xavier Cabré:

Sharp isoperimetric inequalities with densities via the ABP method

Jue 24, 17:50 - 18:40, Aula 2 — Daniel Peralta-Salas:

Critical points of Green's functions on complete manifolds

Jue 24, 18:40 - 19:30, Aula 2 — Asun Jiménez:

Clasificación de soluciones a ecuaciones de Monge-Ampère elípticas en un disco punteado

Vie 25, 11:00 - 11:50, Aula 2 — Joaquín Pérez:

Constante de Cheeger, curvatura media crítica y problema isoperimétrico en 3-variedades homogéneas simplemente conexas

Vie 25, 11:50 - 12:40, Aula 2 — Vicente Palmer:

Volume growth and number of ends of a complete submanifold

Vie 25, 12:40 - 13:30, Aula 2 — Antonio Cañete:

Hipersuperficies estables en conos convexos de $\mathbb{R}^n$ con densidades homogéneas

Vie 25, 17:00 - 17:50, Aula 2 — Luis J. Alías:

Una forma general del principio del máximo débil y algunas aplicaciones geométricas

Vie 25, 17:50 - 18:40, Aula 2 — Ildefonso Castro:

Nuevas caracterizaciones y conjeturas sobre el toro de Clifford

Vie 25, 18:40 - 19:30, Aula 2 — Magdalena Rodríguez:

Superficies mínimas de $\mathbf{H}^2 \times \mathbf{R}$ con curvatura total finita

Sharp isoperimetric inequalities with densities via the ABP method

Xavier Cabré¹, Xavier Ros-Oton², Joaquim Serra²

We prove some old and new isoperimetric inequalities with the best constant via the ABP method. More precisely, we obtain a new family of sharp isoperimetric inequalities with weights (or densities) in open convex cones of $\mathbb{R}^n$. Our results apply to all nonnegative homogeneous weights satisfying a concavity condition in the cone. Surprisingly, even that our weights are not radially symmetric, Euclidean balls centered at the origin (intersected with the cone) minimize the weighted isoperimetric quotient. As a particular case of our results, we provide with new proofs of classical results such as the Wulff inequality and the isoperimetric inequality in convex cones of Lions and Pacella [2]. Some of our results have been announced in [1].

Furthermore, we also study the anisotropic isoperimetric problem for the same class of weights and we prove that the Wulff shape always minimizes the anisotropic weighted perimeter under the weighted volume constrain.

Keywords: isoperimetric inequalities with density, isoperimetric inequalities in cones, homogeneous weights, Wulff shapes

MSC 2010: 28A75, 35A23, 49Q20

References

- [1] X. CABRÉ; X. ROS-OTON; J. SERRA, Euclidean balls solve some isoperimetric problems with nonradial weights. *C. R. Math. Acad. Sci. Paris* **350**(21-22), 945–947 (2012).
- [2] P.-L. LIONS; F. PACELLA, Isoperimetric inequality for convex cones. *Proc. Amer. Math. Soc.* **109**, 477–485 (1990).

¹ICREA and Universitat Politècnica de Catalunya
Departament de Matemàtica Aplicada I
Diagonal 647, 08028 Barcelona, Spain
xavier.cabre@upc.edu

²Departament de Matemàtica Aplicada I
Universitat Politècnica de Catalunya
Diagonal 647, 08028 Barcelona, Spain
`xavier.ros.oton@upc.edu`, `joaquim.serra@upc.edu`

Critical points of Green's functions on complete manifolds

Daniel Peralta-Salas¹

The goal of this talk is to review some recent results on critical points of Green's functions on complete open Riemannian manifolds [1]. Specifically, I will prove that the number of critical points of a Li–Tam Green's function [2] on a complete open Riemannian surface of finite type admits a topological upper bound, given by the first Betti number of the surface. In higher dimensions, I will show that there are no topological upper bounds on the number of critical points by constructing, for each nonnegative integer N , a Riemannian manifold diffeomorphic to $\mathbb{R}^n$ ($n \geq 3$) whose minimal Green's function has at least N non-degenerate critical points. Variations on the method of proof of this result yield contractible n -manifolds whose minimal Green's functions, which tend to zero at infinity, have level sets diffeomorphic to any fixed compact hypersurface of $\mathbb{R}^n$.

Keywords: critical point, Green's function, open manifold, finiteness theorem, level set

MSC 2010: 35B38, 58J05

References

- [1] A. ENCISO AND D. PERALTA-SALAS, Critical points of Green's functions on complete manifolds. *J. Differential Geom.* **92**, 1–29 (2012).
- [2] P. LI AND L.F. TAM, Symmetric Green's functions on complete manifolds. *Amer. J. Math.* **109**, 1129–1154 (1987).

¹Instituto de Ciencias Matemáticas (ICMAT)
Consejo Superior de Investigaciones Científicas
C/ Nicolás Cabrera 13-15, 28049 Madrid
dperalta@icmat.es

Clasificación de soluciones a ecuaciones de Monge-Ampère elípticas en un disco punteado

Asun Jiménez¹

Estudiaremos el espacio de soluciones $z(x, y)$ de una ecuación elíptica, analítica real de Monge-Ampère $\det(D^2z + \mathcal{A}(x, y, z, Dz)) = \varphi(x, y, z, Dz) > 0$ tales que: (i) z está definida en un disco punteado alrededor del origen, (ii) z no se extiende diferenciablemente a través de la singularidad, y (iii) z, Dz son acotadas en el origen. Para una amplia clase de dichas ecuaciones de Monge-Ampère elípticas (incluyendo el caso $\mathcal{A} = 0$), obtenemos resultados de existencia y unicidad de solución. Como aplicación describimos el espacio de singularidades aisladas acotadas de grafos con curvatura extrínseca positiva prescrita $K_{\text{ext}} = K(x, y, z, Dz) > 0$ en algunos ambientes tridimensionales.

Trabajo conjunto con José A. Gálvez y Pablo Mira.

Keywords: ecuación de Monge-Ampère, singularidad aislada, curvatura prescrita

MSC 2010: 35J96, 53C42

Referencias

- [1] JOSÉ A. GÁLVEZ, ASUN JIMÉNEZ, PABLO MIRA, The space of solutions to elliptic Monge-Ampère equations in a punctured disc. *preprint*.

¹Departamento de Geometría y Topología
Universidad de Granada
Facultad de Ciencias, Campus de Fuentenueva s/n 18071, Granada
asunjg@ugr.es

Constante de Cheeger, curvatura media crítica y problema isoperimétrico en 3-variedades homogéneas simplemente conexas

Joaquín Pérez¹

Tras los espacios forma y las geometrías de Thurston, el estudio de problemas variacionales en variedades homogéneas simplemente conexas X está tomando auge en los últimos tiempos. En esta conferencia relacionaremos tres conceptos que aparecen de forma natural en el cálculo de variaciones sobre este tipo de variedades: por un lado la constante de Cheeger $\text{Ch}(X)$ (ínfimo del cociente de área del borde por volumen entre subdominios regulares relativamente compactos en X), claramente entroncada con el problema isoperimétrico, y por otro la curvatura media crítica $H(X)$ (ínfimo de los valores máximos de la curvatura media sobre superficies compactas). El nexo de unión entre estos conceptos está basado en la existencia de una foliación producto cuyas hojas, todas congruentes entre sí, son superficies de curvatura media $H(X)$ y grafos enteros en la dirección de un campo de Killing sobre X . Este es un trabajo conjunto con William H. Meeks III, Pablo Mira y Antonio Ros.

¹Departamento de Geometría y Topología
Universidad de Granada
Facultad de Ciencias, Campus de Fuentenueva s/n 18071, Granada
jperez@ugr.es

Volume growth and number of ends of a complete submanifold

Vicente Palmer¹

Given a complete, minimal and proper isometric immersion $\varphi : P^m \rightarrow M_\omega^n$ in an ambient rotationally symmetric space M_ω^n with a pole, an inequality is shown between the (extrinsic) volume growth of this complete and minimal submanifold and its number of ends, which generalizes the classical inequality stated in [1] for complete and minimal submanifolds in the Euclidean space. As a corollary we obtain the corresponding inequality between the (extrinsic) volume growth and the number of ends of a complete and minimal submanifold in the hyperbolic space, together with Bernstein-type results for such submanifolds in Euclidean and hyperbolic spaces, in the vein of the work [2]. Joint work with V. Gimeno.

Keywords: volume growth, minimal submanifold, end, extrinsic distance, total extrinsic curvature, second fundamental form, gap theorem, Bernstein-type theorem

MSC 2010: 53A20, 53C40

References

- [1] M. ANDERSON, The compactification of a minimal submanifold by the Gauss map. *Preprint IEHS* (1984).
- [2] A. KASUE AND K. SUGAHARA, Gap theorems for certain submanifolds of Euclidean spaces and hyperbolic space forms. *Osaka J. Math.* **24** (1987), 679-704.

¹Departament de Matemàtiques-Institute of New Imaging Technologies
Universitat Jaume I
Avda. Sos Baynat, s/n, 12071 Castelló
palmer@mat.uji.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

Hipersuperficies estables en conos convexos de $\mathbb{R}^n$ con densidades homogéneas

Antonio Cañete

En el espacio euclídeo $\mathbb{R}^n$ podemos considerar una densidad, que no es más que una función positiva que proporciona una nueva medida en $\mathbb{R}^n$ y, por tanto, nuevos funcionales de volumen y perímetro. El caso particular de las densidades homogéneas es interesante, ya que sus funcionales asociados guardan buena relación con las homotecias. En este trabajo estudiamos las hipersuperficies compactas estables en conos convexos diferenciables de $\mathbb{R}^n$ cuando se considera una densidad homogénea. Este es un trabajo conjunto con César Rosales (Universidad de Granada).

Keywords: estabilidad, densidad homogénea, problema isoperimétrico

MSC 2010: 49Q20, 53C17

Departamento de Matemática Aplicada I
Universidad de Sevilla
Campus de Reina Mercedes, 41012 Sevilla
antonio@us.es

Una forma general del principio del máximo débil y algunas aplicaciones geométricas

Luis J. Alías¹

Una variedad riemanniana M verifica el *principio del máximo de Omori-Yau* si, para cualquier función diferenciable $u \in \mathcal{C}^2(M)$ con $u^* := \sup_M u < +\infty$, existe una sucesión de puntos $\{p_k\}_{k \in \mathbb{N}}$ de M con la siguientes propiedades:

$$(i) \quad u(p_k) > u^* - \frac{1}{k}, \quad (ii) \quad \|\nabla u(p_k)\| < \frac{1}{k}, \quad \text{y} \quad (iii) \quad \Delta u(p_k) < \frac{1}{k}.$$

En este sentido, el resultado clásico dado por Omori (1967) y Yau (1975) establece que el principio del máximo de Omori-Yau se verifica en cualquier variedad riemanniana completa con curvatura de Ricci acotada inferiormente. Una forma *débil* del principio del máximo de Omori-Yau se obtiene eliminando la condición (ii) anterior de las propiedades de la sucesión $\{p_k\}_{k \in \mathbb{N}}$. Esta definición aparentemente simple es de hecho profunda y resulta ser equivalente a la *completitud estocástica* de la variedad. En particular, el principio del máximo débil de Omori-Yau se verifica en toda variedad parabólica.

El objetivo de esta conferencia es presentar nuevas formas del principio del máximo de Omori-Yau para operadores diferenciales lineales de tipo traza y mostrar su utilidad en el contexto de las EDPs y de la geometría diferencial. Los resultados que presentaremos han sido obtenidos conjuntamente con G. Albanese y M. Rigoli, de la Università degli Studi di Milano, y se pueden encontrar en el trabajo [1].

Keywords: Principio del máximo de Omori-Yau, principio del máximo débil, operadores tipo traza

MSC 2010: 58J05, 53C21

Referencias

- [1] G. ALBANESE, LUIS J. ALÍAS Y M. RIGOLI, A general form of the weak maximum principle and some applications. *Rev. Mat. Iberoam.*, en prensa.

¹Departamento de Matemáticas
Universidad de Murcia
Campus de Espinardo, 30100 Espinardo, Murcia
ljalias@um.es

Nuevas caracterizaciones y conjeturas sobre el toro de Clifford

Ildefonso Castro¹

Son numerosas las caracterizaciones del toro de Clifford en diferentes contextos y bajo diferentes tipos de hipótesis. Recientemente, en marzo de 2012, Simon Brendle [1] publica su demostración de la famosa Conjetura de Lawson, estableciendo que el toro de Clifford es el único toro minimal embebido en la 3-esfera. Nuestra contribución [2] se centra en cuatro nuevos resultados de rigidez (y dos nuevas conjeturas) para el toro de Clifford en la clase de soluciones autocontráctiles para el flujo lagrangiano de la curvatura media.

El interés de nuestra aportación radica en que la comprensión de las llamadas singularidades de Tipo I para el flujo de la curvatura media está estrechamente relacionada con la clasificación de las soluciones autocontráctiles [3]. Puesto que no existen esferas lagrangianas autocontráctiles, el toro de Clifford se presenta como el ejemplo más regular de solución autocontráctil para el flujo lagrangiano de la curvatura media en el plano euclídeo complejo.

Keywords: Clifford torus, mean curvature flow, Lagrangian self-shrinkers

MSC 2010: 53C42, 53B25, 53D12

Referencias

- [1] S. BRENDLE, Embedded minimal tori in S^3 and the Lawson conjecture. *Aparecerá en Acta Mathematica*. arXiv:1203.6597v3 [math.DG].
- [2] I. CASTRO, A.M. LERMA, The Clifford torus as a self-shrinker for the Lagrangian mean curvature flow. *Aparecerá en International Mathematics Research Notices*. DOI: 10.1093/imrn/rns264. arXiv:1202.2555 [math.DG].
- [3] K. SMOCZYK., Self-shrinkers of the mean curvature flow in arbitrary codimension. *Int. Math. Res. Not.* **48**, 2983–3004 (2005).

¹Departamento de Matemáticas
Universidad de Jaén
23071 Jaén, Spain
icastro@ujaen.es

Superficies mínimas de $\mathbf{H}^2 \times \mathbf{R}$ con curvatura total finita

Magdalena Rodríguez¹

En $\mathbf{R}^3$, las superficies mínimas mejor conocidas son aquellas con curvatura total finita. En [2], Hauswirth y Rosenberg iniciaron el estudio de las superficies mínimas con curvatura total finita en $\mathbf{H}^2 \times \mathbf{R}$. En ese momento, los únicos ejemplos conocidos eran los grafos de tipo Scherk contruidos por Collin y Rosenberg en [1]. Recientemente, se han obtenido nuevos ejemplos que permiten conocer mejor la estructura de tales superficies (ver [3, 4, 5, 6]). Presentaremos algunos de los ejemplos más destacados, así como los resultados de clasificación conocidos. Finalmente, explicaremos la construcción de superficies mínimas, completas, embebidas y con curvatura total finita en el cociente de $\mathbf{H}^2 \times \mathbf{R}$ por una translación vertical. Estas superficies (construidas en [7]) no son propias, por lo que sirven como contraejemplo para la Conjetura de Calabi-Yau en $\mathbf{H}^2 \times \mathbf{R}$.

Keywords: superficies mínimas, curvatura total finita, conjetura de Calabi-Yau

MSC 2010: 53A10, 49Q05, 53C42

Referencias

- [1] P. COLLIN; H. ROSENBERG, Construction of harmonic diffeomorphisms and minimal graphs. *Ann. Math.* **172**, 1879–1906 (2010).
- [2] L. HAUSWIRTH; H. ROSENBERG, Minimal surfaces of finite total curvature in $\mathbf{H}^2 \times \mathbf{R}$. *Mat. Cont.* **31**, 65–80 (2006).
- [3] F. MARTÍN; R. MAZZEO; M. RODRÍGUEZ, Minimal surfaces with positive genus and finite total curvature in $\mathbf{H}^2 \times \mathbf{R}$. Preprint, arXiv:1208.5253.
- [4] F. MORABITO; M. RODRÍGUEZ, Saddle towers and minimal k -noids in $\mathbf{H}^2 \times \mathbf{R}$. *J. Inst. Math. Jussieu* **11**(2), 333–349 (2012).
- [5] J. PYO, New complete embedded minimal surfaces in $\mathbf{H}^2 \times \mathbf{R}$. *Ann. Global Anal. Geom.* **40**(2), 167–176 (2011).
- [6] J. PYO; M. RODRÍGUEZ, Simply-connected minimal surfaces with finite total curvature in $\mathbf{H}^2 \times \mathbf{R}$. Preprint, arXiv: 1210.1099.

- [7] M. RODRÍGUEZ; G. TINAGLIA, Non-proper complete minimal surfaces embedded in $\mathbf{H}^2 \times \mathbf{R}$. Preprint, arXiv: 1211.5692.

¹Departamento de Geometría y Topología
Universidad de Granada
Campus de Fuentenueva s/n
18071 Granada
magdarp@ugr.es

S14

Geometría Algebraica

Mie 23, 11:00 - 11:40, Aula 3 — Orlando Villamayor:
Multiplicidad, morfismos finitos, y resolución de singularidades

Mie 23, 11:45 - 12:25, Aula 3 — Luis Solá Conde:
Positividad de fibrados tangentes y álgebras de Lie

Mie 23, 12:30 - 13:10, Aula 3 — Laura Costa:
The representation type of Segre varieties

Mie 23, 13:15 - 13:55, Aula 3 — Marta Casanellas:
Algebraic geometry for evolution

Mie 23, 17:00 - 17:40, Aula 3 — Adolfo Quirós:
Operadores diferenciales aritméticos y Teoría de Hodge no abeliana en característica positiva

Mie 23, 17:45 - 18:25, Aula 3 — José Ignacio Burgos:
Geometría aritmética de variedades tóricas

Mie 23, 18:30 - 19:10, Aula 3 — Fernando Pablos Romo:
Caracterización de funciones sobre curvas algebraicas en el grupo de ideles

Mie 23, 19:15 - 19:55, Aula 3 — Ana Cristina López Martín:
Asociadas de Fourier-Mukai de curvas elípticas singulares

Multiplicidad, morfismos finitos, y resolución de singularidades.

Orlando Villamayor U.¹

La multiplicidad es un entero que se le asigna a un punto de una variedad. Este invariante se introdujo inicialmente por métodos topológicos, en el que la variedad se interpreta, al menos localmente, como un cubrimiento ramificado de un espacio regular.

Esta misma formulación motivó la noción de morfismo transversal. Este es un tipo particular de morfismo finito, con propiedades que se expresan en términos de clausuras enteras de ideales, de ramificación, y de eliminación algebraica.

Discutiremos algunos de estos aspectos de la teoría de la multiplicidad, indicando por qué conduce a la resolución de singularidades por un camino diferente al seguido por Hironaka.

Keywords: Multiplicidad, clausura entera, álgebras de Rees.

MSC 2010: 14E15.

Referencias

- [1] A. BRAVO, O. E. VILLAMAYOR U., Singularities in positive characteristic, stratification and simplification of the singular locus. *Adv. in Math.* **224** (4), pp. 1349-1418 (2010).
- [2] M. HERRMANN, S. IKEDA, U. ORBANZ, *Equimultiplicity and Blowing up*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1988.
- [3] H. HIRONAKA, Resolution of singularities of an algebraic variety over a field of characteristic zero I-II. *Ann. of Math.* **79** (2), pp. 109-326 (1964).
- [4] J. LIPMAN, Equimultiplicity, reduction, and blowing up. *Commutative Algebra*. Editor: R.N.Draper, pp. 111-147. Lecture Notes in Pure and Appl. Math. **68**, Dekker, New York (1982).
- [5] O. VILLAMAYOR U., Equimultiplicity, Algebraic elimination, and blowing up. (Preprint)

¹Departamento de Matemáticas
Facultad de Ciencias
Universidad Autónoma de Madrid
Ciudad Universitaria de Cantoblanco
28049 Madrid
villamayor@uam.es

Positividad de fibrados tangentes y álgebras de Lie

Luis Solá Conde¹, Roberto Muñoz¹, Gianluca Occhetta², Kiwamu Watanabe³

Las distintas condiciones de positividad del fibrado tangente de una variedad compleja imponen restricciones severas sobre la misma, como establece la famosa prueba de Mori de la Conjetura de Hartshorne-Fraenkel. En esta charla discutiremos resultados recientes relacionados con la Conjetura de Campana-Peternell, extensión natural de la anterior.

Keywords: Variedades de Fano, positividad, homogeneidad, álgebras de Lie, Teoría Mori.

MSC 2010: 14E30, 14M17.

Referencias

- [CP] F. CAMPANA, T. PETERNELL, Projective manifolds whose tangent bundles are numerically effective, *Math. Ann.* **289**, no.1, pp. 169–187 (1991).
- [CP2] F. CAMPANA, T. PETERNELL, 4-folds with numerically effective tangent bundles and second Betti numbers greater than one, *Manuscripta Math.*, **79**, no.3-4, pp. 225–238 (1993).
- [Ca] C. CASAGRANDE. Quasi-elementary contractions of Fano manifolds. *Compos. Math.*, **144**, pp. 1429–1460 (2008).
- [DPS] J.P.DEMAILLY ; T. PETERNELL; M. SCHNEIDER Compact complex manifolds with numerically effective tangent bundles. *J. Alg. Geom.*, **3** no. 2, pp. 295–345 (1994).
- [K] V.G. KAC, *Infinite Dimensional Lie Algebras: an Introduction*. Progress in Mathematics, vol. 44. Birkhauser, Boston, 1983.
- [Ke] G.R. KEMPF, Linear systems on homogeneous spaces. *Ann. of Math. (2)*, **103**, no. 3, pp. 557–591 (1976).
- [La] C.-H. LAU, Holomorphic maps from rational homogeneous spaces onto projective manifolds. *J. Alg. Geom.*, **18**, no. 2, pp. 223–256 (2009).

- [Mok] N. MOK, On Fano manifolds with nef tangent bundles admitting 1-dimensional varieties of minimal rational tangents. *Trans. Amer. Math. Soc.*, **354**, no.7, pp. 2639–2658 (2002).
- [Mor] S. MORI, Projective manifolds with ample tangent bundles. *Ann. of Math.*, **110**, no. 3, pp- 593–606 (1979).
- [MOS] R. MUÑOZ; G. OCCHETTA; L.E. SOLÁ CONDE, On rank 2 vector bundles on Fano manifolds. Preprint: *arXiv:1104.1490v3* (2011).
- [SW] L.E. SOLÁ CONDE; J.A. WIŚNIEWSKI, On manifolds whose tangent bundle is big and 1-ample. *Proc. London Math. Soc.* (3) **89**, no. 2, pp. 73–290 (2004).
- [T] S.V. TSARANOV, Representation and classification of Coxeter monoids. *European J. Combin.*, **11**, no.2, pp. 189–204 (1990).
- [W1] K. WATANABE, $\mathbf{P}^1$ -bundles over projective manifolds of Picard number one which admit another smooth morphism of relative dimension one. Preprint: *arXiv:1201.3558* (2012).
- [W2] K. WATANABE, Fano 5-folds with nef tangent bundles and Picard numbers greater than one. Preprint :*arXiv:1208.3302* (2012).

¹Departamento de Matemática Aplicada
 Universidad Rey Juan Carlos
 28933 Móstoles, Madrid
 luis.sola@urjc.es

²Dipartimento di Matematica
 Università di Trento
 Via Sommarive 14 I-38123 Povo (TN), Italia.
 gianluca.occhetta@unitn.it

³Graduate School of Science and Engineering
 Saitama University
 Shimo-Okubo 255, Sakura-ku Saitama-shi, 338-8570, Japón
 kwatanab@rimath.saitama-u.ac.jp

The representation type of Segre varieties

Laura Costa Farrás¹

Mimicking an analogous trichotomy in Representation Theory, it has been proposed a classification of ACM projective varieties as finite, tame or wild according to the complexity of their associated category of ACM vector bundles. ACM varieties of finite representation type have been completely classified in a very short list and it remains a challenging problem to find out the representation type of many ACM projective varieties. In this talk we will focus our attention on Segre varieties and we will prove that all of them (unless the quadric surface in the 3-dimensional projective space) are of wild representation type. More precisely, we will see that they are the support of families of arbitrarily large dimension and rank of simple Ulrich (and hence ACM) vector bundles. The main results are part of a joint work with R.M. Miró-Roig and J.F. Pons-Llopis.

Keywords: ACM and Ulrich Bundles, representation type, Segre varieties.

MSC 2010: 14J60.

References

- [1] L. COSTA; R.M. MIRÓ-ROIG; J. PONS-LLOPIS, The representation type of Segre varieties. *Advances in Math.* **230**(4-6), pp. 1995–2013 (2012).

¹Departament d'Àlgebra i Geometria
Universitat de Barcelona
Gran Via de les Corts Catalanes, 585
08007 Barcelona
costa@ub.edu

Algebraic geometry for evolution

Marta Casanellas¹, Jesús Fernández-Sánchez¹

Many statistical models of evolution can be viewed as algebraic varieties. As a consequence, algebraic geometry has a lot to do in phylogenetic reconstruction. Indeed, the generators of the ideal of a statistical model of evolution should allow to determine the tree formed by a set of living species.

We will see how toric varieties, secant and joins of varieties arise naturally from evolutionary models. We will also see how an in-depth study of the geometry of the model leads to major improvements on the phylogenetic reconstruction methods based on algebraic geometry. We will show results based on [1] and [2].

Keywords: Evolutionary model, phylogenetic variety, phylogenetic invariant.

MSC 2010: 14J99, 92D15, 05C85.

References

- [1] M. CASANELLAS, J. FERNÁNDEZ-SÁNCHEZ, Relevant phylogenetic invariants of evolutionary models. *J. de Mathématiques Pures et Appliquées* **96**(3), pp. 207–229 (2011).
- [2] M. CASANELLAS, J. FERNÁNDEZ-SÁNCHEZ, A. KEDZIERKA, The space of phylogenetic mixtures of equivariant models, *Algorithms for Molecular Biology* **7**(33), (2012), doi:10.1186/1748-7188-7-33.

¹Dpt. Matemàtica Aplicada I
Universitat Politècnica de Catalunya
ETSEIB. UPC
Avda. Diagonal 647
08028 Barcelona
marta.casanellas@upc.edu

Operadores diferenciales aritméticos y Teoría de Hodge no abeliana en característica positiva

Adolfo Quirós¹

En 1992, Carlos Simpson [3] estableció, sujeta a ciertas condiciones de estabilidad, una equivalencia entre la categoría de representaciones del grupo fundamental de una variedad de Kähler compacta X y la categoría de fibrados de Higgs sobre X . La correspondencia de Riemann-Hilbert nos dice que una representación del grupo fundamental de X puede verse como un fibrado localmente libre E dotado de una conexión integrable, y el principal resultado de Simpson, la descomposición de Hodge noabeliana, proporciona un isomorfismo entre la cohomología de de Rham de E y la cohomología del correspondiente complejo de Higgs que generaliza la descomposición de Hodge clásica.

Distintos autores han estudiado análogos p -ádicos o en característica positiva de la correspondencia de Simpson. Entre ellos está la teoría desarrollada por Arthur Ogus y Vladimir Vologodsky [2] en la que la p -curvatura desempeña en característica $p > 0$ el papel del campo de Higgs. Esta teoría les permitió demostrar un análogo de la descomposición de Hodge que generalizaba los resultados de Deligne–Illusie.

Presentaremos nuestro trabajo en colaboración con Michel Gros y Bernard Le Stum, de la Université de Rennes I (Francia), en el que nos servimos de los operadores diferenciales aritméticos de nivel m introducidos por Berthelot para extender algunos de los resultados de Ogus–Vologodsky.

Sea S un esquema de característica positiva p y X un esquema liso sobre S . Empezaremos por definir la noción de p^m -curvatura y la usaremos para probar que los resultados de Masaharu Kaneda [1] sobre la condición de Azumaya (semi-lineal) de los anillos de operadores diferenciales se extienden a nivel m . Asumiendo que existe un levantado fuerte del morfismo de Frobenius módulo p^2 , levantaremos también el llamado Frobenius dividido para, a partir de ello, construir una aplicación de Frobenius Φ en $\widehat{\mathcal{D}}_X^{(m)}$, el completado del anillo de operadores diferenciales de nivel m . Nuestro resultado básico dice que podemos hacerlo mejor y que, de hecho, estos datos determinan una excisión del completado central de este anillo de operadores diferenciales. Tras definir los *módulos de Higgs* ($\mathcal{O}_X$ -módulos $\mathcal{E}$ dotados de una aplicación $\mathcal{O}_X$ -lineal $\theta : \mathcal{E} \rightarrow \mathcal{E} \otimes_{\mathcal{O}_X} \Omega_X^1$ tal que $\theta^{(1)} \circ \theta = 0$), no es difícil deducir del resultado básico que

Teorema (correspondencia de Simpson). *Sea X un esquema liso sobre S de característica positiva p . Si existe un levantado fuerte módulo p^2 del iterado $m + 1$ -ésimo*

del Frobenius relativo de X , entonces hay una equivalencia entre las categorías de $\mathcal{D}_X^{(m)}$ -módulos quasi-nilpotentes y de módulos de quasi-nilpotentes en X' dada por

$$\mathcal{E} \mapsto (F_{X*}\mathcal{E})^{1-\Phi} \quad \text{y} \quad \mathcal{F} \mapsto F_X^*\mathcal{F},$$

donde $F_X : X \rightarrow X'$ es el iterado $m + 1$ -ésimo del Frobenius relativo y Φ es el Frobenius actuando sobre operadores diferenciales que hemos definido anteriormente.

Keywords: $\mathcal{D}$ -module, Higgs field, connection, p -curvature, Frobenius.

MSC 2010: 14F30 (14F40).

Referencias

- [1] M. KANEDA, Direct images of $\mathcal{D}$ -modules in prime characteristic. *RIMS Kokyūroku* **1382**, pp. 154–170 (2004).
- [2] A. OGUS; V. VOLOGODSKY, Nonabelian Hodge theory in characteristic p . *Publ. Math. Inst. Hautes Études Sci.* **106**, pp. 1–138 (2007).
- [3] C. T. SIMPSON, Higgs bundles and local systems. *Publ. Math. Inst. Hautes Études Sci.* **75**, pp. 5–95 (1992).

¹Departamento de Matemáticas
Facultad de Ciencias, módulo 17
Universidad Autónoma de Madrid
Ciudad Universitaria de Cantoblanco
28049 Madrid
adolfo.quiros@uam.es

Geometría aritmética de variedades tóricas

José Ignacio Burgos¹

En geometría algebraica, a una variedad tórica proyectiva X provista de un fibrado amplio se le asocia un polítopo Δ con vértices enteros. De este polítopo se pueden leer muchas de las propiedades algebro-geométricas de la variedad tórica y del fibrado. Por ejemplo, el grado viene dado por $\dim(X)! \times \text{Vol}(\Delta)$ y una base del espacio de secciones globales está determinado por los puntos enteros contenidos en el polítopo Δ . En esta charla veremos como extender este diccionario entre geometría algebraica y combinatoria a propiedades aritméticas, mediante la introducción de la función techo. Este trabajo está hecho en colaboración con P. Philippon y M. Sombra y parcialmente con A. Moriawaki y J. Rivera-Letelier.

Keywords: Variedades tóricas, teoría de Arakelov, alturas.

MSC 2010: 14M25 (Primary) 14G40, 52A41.

Referencias

- [1] J. I. BURGOS GIL, P. PHILIPPON, M. SOMBRA, Hauteur des sous-schémas toriques et dualité de Legendre-Fenchel, *C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math.* **347**(11-12), pp. 589–594 (2009).
- [2] J. I. BURGOS GIL, P. PHILIPPON, M. SOMBRA, Arithmetic geometry of toric varieties. Metrics, measures and heights, *arXiv:1105.5584* (2011).
- [3] J. I. BURGOS GIL, A. MORIWAKI, P. PHILIPPON, M. SOMBRA, Arithmetic positivity on toric varieties, *arXiv:1210.7692* (2012).

¹Instituto de Ciencias Matemáticas
Nicolás Cabrera, n 13-15, Campus de Cantoblanco, UAM
28049 Madrid
burgos@icmat.es

Caracterización de funciones sobre curvas algebraicas en el grupo de ideles

Fernando Pablos Romo¹

Sea X una curva algebraica sobre un cuerpo algebraicamente cerrado de característica arbitraria. Para cada punto cerrado $x \in X$, sea $\mathcal{O}_x$ su anillo local (“anillo de gérmenes de funciones en x ”), sea $A_x = \hat{\mathcal{O}}_x$ su completación y sea $K_x = [\hat{\mathcal{O}}_x]_0$ el correspondiente cuerpo de fracciones.

Se define el anillo de adeles de X como

$$\mathbb{A}_X = \left\{ \begin{array}{l} (f_x) \in \prod_{x \in X} K_x \text{ tal que } f_x \in A_x \text{ salvo} \\ \text{para un número finito de puntos } x \end{array} \right\}$$

El grupo de ideles $\mathbb{I}_X$ es el grupo de elementos invertibles de $\mathbb{A}_X$. Si Σ_X es el cuerpo de funciones de X , se tiene que $\Sigma_X \hookrightarrow \mathbb{A}_X$ y, por tanto, el grupo de funciones invertibles Σ_X^* es un subgrupo del grupo de ideles $\mathbb{I}_X$.

El objetivo de la charla es mostrar la caracterización de Σ_X^* dentro del grupo de ideles, utilizando para ello una generalización de la Ley de Reciprocidad de Weil, como primer paso para caracterizar revestimientos sobre curvas algebraicas dentro del correspondiente grupo de ideles.

Keywords: Curva algebraica, ideles, reciprocidad.

MSC 2010: 14H05, 19F15

Referencias

- [1] MUÑOZ PORRAS, J. M.; PABLOS ROMO, F., Generalized reciprocity laws. *Trans. Am. Math. Soc.* **360**(7), pp. 3473–3491 (2008).
- [2] TATE, J., Residues of differentials on curves. *Ann. Sci. École Norm. Sup. (4)* **1**, pp. 149–159 (1968).

¹Departamento de Matemáticas
Universidad de Salamanca
Plaza de la Merced 1-4
37008 Salamanca
fpablos@usal.es

Asociadas de Fourier-Mukai de curvas elípticas singulares

Ana Cristina López Martín¹

El problema geométrico de encontrar las asociadas de Fourier-Mukai (Fourier-Mukai *partners*) de una variedad algebraica ha jugado un papel crucial en los últimos 25 años tanto en la geometría algebraica como en sus conexiones con la simetría especular. Fijada una variedad algebraica X , el problema consiste en encontrar todas las variedades algebraicas Y tales que las categorías derivadas $D(X)$ y $D(Y)$ son equivalentes. En este sentido, una conjetura importante es la de Kawamata [2, 3]: Si X es una variedad proyectiva únicamente con singularidades de tipo cociente, entonces el número de asociadas de Fourier-Mukai de X es finito. Para variedades lisas, la conjetura se ha demostrado en varios casos como los de curvas, superficies o variedades abelianas (ver por ejemplo [1]). Sin embargo, para variedades singulares apenas existen resultados en la literatura ([4]). En esta charla probaremos que, si X es una curva proyectiva Gorenstein de género aritmético 1 y dualizante trivial, entonces X también satisface la conjetura de Kawamata ya que, como sucede en el caso de una curva elíptica lisa, cualquier asociada de Fourier-Mukai de X es isomorfa a ella misma.

Keywords: Fourier-Mukai, equivalencias, degeneraciones de Kodaira.

MSC 2010: 18E30, 14F05, 14E30, 14H52.

Referencias

- [1] C. BARTOCCI, U. BRUZZO, D. HERNÁNDEZ RUIPÉREZ, *Fourier-Mukai and Nahm Transforms in Geometry and Mathematical Physics*, Progr. Math., Birkhauser (2009).
- [2] Y. KAWAMATA, D-equivalence and K-equivalence, *J. Differential Geom.*, **61**(1), pp. 147–171 (2002).
- [3] Y. KAWAMATA, Derived Categories for toric varieties II, arXiv:1201.3460v2 (2012).
- [4] D. HERNÁNDEZ RUIPÉREZ, A. C. LÓPEZ MARTÍN, AND F. SANCHO DE SALAS, Relative integral functors for singular fibrations and singular partners, *J. Eur. Math. Soc. (JEMS)*, **11**(3), pp. 597–625 (2009).

¹Departamento de Matemáticas
Universidad de Salamanca
Plaza de la Merced 1-4
37008 Salamanca
anacris@usal.es

S15

Biomatemáticas

Mie 23, 11:00 - 11:50, Aula 2 — Tomás Alarcón Cor:

From invasion to latency: Intracellular noise and cell motility as key controls of the competition between resource-limited cellular populations

Mie 23, 11:50 - 12:40, Aula 2 — Juan Calvo Yagüe:

Some families of singular traveling waves as solutions to certain non-linear reaction-diffusion equations

Mie 23, 12:40 - 13:30, Aula 2 — Juan José, Nieto Muñoz:

Modelos de Fokker-Planck para la ruptura de ADN

Mie 23, 17:00 - 17:50, Aula 2 — Andrei Martínez Finkelshtein:

La matemática está en el ojo del observador

Mie 23, 17:50 - 18:40, Aula 2 — Miguel Angel Herrero García:

Comportamientos emergentes durante la respuesta inmunológica

Mie 23, 18:40 - 19:30, Aula 2 — José Carlos Antoranz Callejo:

¿Simples conceptos de la física y las matemáticas de los procesos oncológicos?

From invasion to latency: Intracellular noise and cell motility as key controls of the competition between resource-limited cellular populations

Tomás Alarcón¹

In this paper we analyse stochastic models of the competition between resource-limited cell populations with different response strategies: A resident population characterised by a switch-like response curve and a mutant population whose cells exhibit a bistable response. We explore the role of noise in intracellular regulatory pathways and cell motility as controlling factors, key to the fate of the incumbent and invading populations. We first focus on spatially homogeneous system and study in detail the role of intracellular noise. In well-stirred systems we show that there exist two distinct regimes as far as the ability of the mutant population to invade the resident population is concerned. In the low (intracellular) noise limit, we show that the mutant has the ability to take over and invade the resident population. To the contrary, in the high noise the competition between both populations is shown to be neutral and, in accordance to the neutral evolution theory, invasion is a random event. Careful examination of the dynamics of the system allows us to conclude that (i) even if the mutant is not able to invade, the survival time distribution, $P_S(t)$, has a fat-tail behaviour: $P_S(t) \sim t^{-1}$, which implies that small colonies of mutants can survive in coexistence with the resident for arbitrarily long times, and (ii) the bistable structure of the mutant population increases the stability of the latent populations, and thus increasing their long-term survival likelihood, by decreasing the intensity of the noise at the population level. The introduction of spatial inhomogeneity leads to very interesting results. In the low noise limit we find that the mutant to have a positive cell motility is necessary for the mutant to invade. Furthermore, we find that cell motility is positively correlated with the aggressiveness of the mutant.

This work has been done in collaboration with Pilar Guerrero (CRM), Helen M. Byrne (OCCAM & CompBio, Oxford) and Philip K. Maini (CMB & OCSB, Oxford).

¹Centre de Recerca Matemàtica
Edifici C, Campus de Bellaterra
08193 Bellaterra (Barcelona)
talarcon@crm.cat

Some families of singular traveling waves as solutions to certain non-linear reaction-diffusion equations

Juan Calvo¹, Juan Campos², Vicent Caselles¹, Óscar Sánchez², Juan Soler²

We present the analysis of traveling wave solutions to some nonlinear flux limited reaction-diffusion equations, in which the reaction term is of Fisher–Kolmogorov type. It is found that for wave speeds high enough there exist classical traveling wave solutions to these models, but as the wave velocity lowers we get a structural bifurcation into discontinuous traveling waves that are reminiscent of hyperbolic shock waves. These particular solutions may be relevant in biological contexts as they provide models by which the whole solution (and not just the bulk of it, as it is the case with classical traveling waves) spreads through with finite speed.

Keywords: Traveling Waves, Reaction-Diffusion, Flux Limitation, Shock Waves, Rankine–Hugoniot Condition, Entropy Solutions, Planar Dynamical Systems

MSC 2010: 35K57, 35K67, 70Kxx, 37Dxx, 37D50

¹Dept. de Tecnologies de la Informació i les Comunicacions
Universitat Pompeu Fabra
C. Tànger 122-140, 08018 Barcelona
juan.calvo@upf.edu, vicent.caselles@upf.edu

²Departamento de Matemática Aplicada
Universidad de Granada
Avda. Fuentenueva s/n, 18071 Granada
campos@ugr.es, ossanche@ugr.es, jsoler@ugr.es

Modelos de Fokker–Planck para la ruptura de ADN^{*}

Juanjo Nieto¹, Juan Calvo², Juan Soler¹, M. Ofelia Vázquez³

En este trabajo analizamos un modelo no lineal de tipo Fokker–Planck que aparece al modelar el fenómeno mecánico de separación de la doble hélice de una molécula de ADN bajo la influencia de una fuerza que actúa sobre una de sus dos cadenas mientras la otra permanece sujeta (véase [1]). La función incógnita, que depende del número de pares de bases m , la energía libre E y la función de partición Z , describe la probabilidad de que exactamente m pares de bases se separen. La ecuación de Fokker–Planck obtenida no es estándar debido al término de transporte y al acoplamiento entre la fuerza aplicada y la propia incógnita. Para estudiar el buen planteamiento de este modelo requeriremos una combinación no usual de técnicas, mezclando las típicas en ecuaciones cinéticas de segundo orden con argumentos de compacidad por compensación propios de leyes de conservación hiperbólicas.

Keywords: Modelos de ADN, Ecuaciones de Fokker–Planck no lineales, Teoría Cinética, Compacidad por Compensación.

MSC 2010: 35Q92, 92D20, 92B05, 35A01, 35A02, 35K55

Referencias

- [1] D.K. LUBENSKY, D.R. NELSON, Pulling Pinned Polymers and Unzipping DNA, *Physical Review Letters*, **85**(7), 1572–1575 (2000).

¹Departamento de Matemática Aplicada
Universidad de Granada
18071 Granada
jjmnieto@ugr.es y jsoler@ugr.es

²Dept. de Technologies de la Informació i les Comunicacions
Universitat Pompeu Fabra
C/ Tànger 122-140, 08018 Barcelona
juan.calvo@upf.edu

^{*}Partially supported by MICINN (Spain), project MTM2011-23384.

³Instituto de Matemáticas Aplicadas
Universidad de Cartagena
Cartagena, Colombia
mvasqueza@unicartagena.edu.co

La matemática está en el ojo del observador

Andrei Martínez-Finkelshtein¹, Darío Ramos-López², Gracia M. Castro-Luna³, Jorge L. Alió⁴

El análisis de imágenes médicas se nutre de los avances en la aproximación constructiva, polinomios ortogonales, análisis armónico y numérico, estadística y otras ramas de la matemática. Al mismo tiempo, las necesidades de las tecnologías diagnósticas en la medicina plantean nuevos retos matemáticos. En esta charla vamos a destacar algunos problemas, en especial relacionados con la teoría de aproximación, que han surgido durante nuestra colaboración entre matemáticos y oftalmólogos en el estudio de ciertas patologías de la cornea humana.

Keywords: Mathematical modeling in ophthalmology, RBF functions, surface fitting, corneal topography, medical imaging

MSC 2010: 41A45, 65D15, 92C50

Referencias

- [1] A. MARTÍNEZ-FINKELSHEIN, A. M. DELGADO, G. M. CASTRO, A. ZARZO AND J. L. ALIÓ. Comparative Analysis of Some Modal Reconstruction Methods of the Shape of the Cornea from Corneal Elevation Data. *Investigative Ophthalmology and Visual Science* **50**(12), 5639–5645, 2009.
- [2] A. MARTÍNEZ-FINKELSHEIN, D. RAMOS-LÓPEZ, G. M. CASTRO-LUNA, J. L. ALIÓ. Adaptive cornea modeling from keratometric data. *Investigative Ophthalmology and Visual Science* **52** (8), 4963–4970, 2011.
- [3] D. RAMOS-LÓPEZ, A. MARTÍNEZ-FINKELSHEIN, G. M. CASTRO-LUNA, D. PIÑERO, J. L. ALIÓ. Placido-Based Indices of Corneal Irregularity. *Optometry and Vision Science* **88** (10), 1220–1231, 2011.

¹Departamento de Matemáticas
Universidad de Almería
Ctra. Sacramento s/n, La Cañada de San Urbano, Almería;
Instituto Carlos I de Física Teórica y Computacional,
Universidad de Granada, Spain
andrei@ual.es

²Departamento de Matemáticas
Universidad de Almería
Ctra. Sacramento s/n, La Cañada de San Urbano,
Almería, Spain
dariorl@gmail.com

³Corporación Oftalmológica Vissum Almería, Spain
graciacl@vissum.com

⁴Corporación Oftalmológica Vissum Alicante, Spain
jlalio@vissum.com

Comportamientos emergentes durante la respuesta inmunológica

M. A. Herrero¹

En esta presentación expondremos un modelo de algoritmo celular capaz de reproducir algunos aspectos básicos del comportamiento de los linfocitos T en respuesta a una infección aguda. En concreto, describiremos el modo en que el mecanismo propuesto permite explicar procesos como la contracción clonal y la emergencia de memoria a partir de la decisión individual entre apoptosis y replicación tomada por cada linfocito.

¹Departamento de Matemática Aplicada
Universidad Complutense
Facultad de Matemáticas, 28040 Madrid
herrero@mat.ucm.es

¿Simples conceptos de la física y las matemáticas de los procesos oncológicos?

J.C. Antoranz¹

La planificación de tratamientos oncológicos, a los que se somete a los pacientes, necesita de un cuidadoso estudio tanto desde el punto de vista físico por la alta complejidad de la interacción radiación-materia como desde el punto de vista matemático por los tediosos y difíciles cálculos necesarios para programar las sesiones periódicas de radiación, días, semanas, etc. ¿Qué puede entonces aportar un matemático o un físico a la oncología más allá de esta planificación de tratamientos radioterápicos? ¿Hay todavía espacio para modelos teóricos que, por medio de conceptos nuevos, describan el comportamiento de los diferentes tumores o de sus tratamientos? ¿Pueden ser útiles a un oncólogo o a un gestor hospitalario estos modelos? A título de ejemplo, ¿se puede hacer uso de la física estadística, para predecir el complejo efecto de no importa qué radiación sobre un conjunto de células? o, ¿se pueden aplicar unas matemáticas simples para optimizar los escasos recursos actuales de los servicios de radioterapia? La respuesta es afirmativa y se basa en un conocimiento “paso bajo” de las evoluciones de los tumores y una estadística nacida para modelar los sistemas no extensivos, así como en una estrecha relación entre médicos y científicos, de las ramas más duras de la ciencia, para interpretar y comparar estas teorías con datos reales obtenidos de conjuntos de experimentos o pacientes.

Keywords: Sistemas dinámicos, Entropía de Tsallis, Oncología

MSC 2010: 97M60, 03H10, 46N55, 92C05

¹Departamento Física Matemática y de Fluidos
Universidad Nacional de Educación a Distancia
Calle Paseo de la Senda del Rey 9, 28040 Madrid
jcantoranz@dfmf.uned.es

S16

Matemáticas de la Teoría De la Información

Mar 22, 17:00 - 17:35, Aula 9 — Carlos Munuera:

Ocultando la información: la Esteganografía

Mar 22, 17:40 - 18:15, Aula 9 — Marta Pujol:

Fountain Codes

Mar 22, 18:20 - 18:55, Aula 9 — Joan Josep Climent:

Construcción de funciones bent de $2k$ variables a partir de una base de F_2^{2k}

Mar 22, 19:00 - 19:35, Aula 9 — José María Muñoz Porras:

Sobre una familia de Códigos Convolutivos 1-dimensionales que son Códigos de Goppa

Mie 23, 11:00 - 11:35, Aula 9 — Diego Ruano:

Feng-Rao decoding of primary codes

Mie 23, 11:40 - 12:15, Aula 9 — Magdalena Payeras Capellà:

Criptografía y medios de pago electrónicos

Mie 23, 12:20 - 12:55, Aula 9 — Andreu Pere Isern:

Implementación de las firmas de grupo basadas en las "pairing functions"

Mie 23, 17:00 - 17:35, Aula 9 — Llorenç Huguet:

Secreto y Autenticación perfectos

Mie 23, 17:40 - 18:15, Aula 9 — Anna Ríó:

Identidad digital

Mie 23, 18:20 - 18:55, Aula 9 — Josep Domingo Ferrer:

Coutilidad: teoría y aplicaciones

Mie 23, 19:00 - 19:35, Aula 9 — Josep María Miret:

Códigos secretos: de Turing a la criptografía de clave pública

Jue 24, 11:00 - 11:35, Aula 6 — Simeon Ball:

Results on error-correcting codes obtained using linear algebra

Jue 24, 11:40 - 12:15, Aula 6 — Irene Márquez Corbella:

Enfoque algebraico a la descodificación de códigos lineales

Jue 24, 12:20 - 12:55, Aula 6 — Oriol Farrás Ventura:

Esquemas de compartición de secretos para grafos

Jue 24, 13:00 - 13:35, Aula 6 — Josep Rifà:

Hadamard quaternionic codes

Ocultando la información: la Esteganografía

Carlos Munuera¹

En los últimos años ha ido cobrando importancia, como alternativa y como complemento de la criptografía, una antigua técnica de protección de la información: la esteganografía. Su propósito es esconder la información (en lugar de hacerla ilegible). En esta comunicación expondremos los principios generales en los que se basa, haciendo especial hincapié en su relación con la teoría de códigos correctores de errores.

¹Universidad de Valladolid
cmunuera@arq.uva.es

Fountain Codes

Marta Pujol¹

Fountain codes are a class of sparse-graph erasure codes. They produce a potentially limitless stream of output symbols (generated randomly) with the property that the original source symbols can be recovered from any subset of the output symbols of size slightly larger than the number of source symbols. The main codes Tornado, LT and Raptor and their properties are introduced. New lines of research based on these codes are presented.

¹Universitat Rovira i Virgili

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

Construcción de funciones bent de $2k$ variables a partir de una base de $\mathbb{F}_2^{2k}$

Joan Josep Climent¹

Sea k un entero positivo y $\mathbb{F}_2$ el cuerpo de dos elementos 0 y 1. A partir de una base del espacio vectorial $\mathbb{F}_2^{2k}$ construimos subconjuntos de $\mathbb{F}_2^{2k}$ que resultan ser los soportes de funciones bent de $2k$ variables.

¹Universitat d'Alacant.
jcliment@ua.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Santiago de Compostela, 21–25 enero 2013

Sobre una familia de Códigos Convolutionales 1-dimensionales que son Códigos de Goppa

José María Muñoz Porras¹

Se propone un método general para construir códigos convolutionales MDS de dimensión 1. Este método generaliza construcciones previas realizadas por Gluesing-Luerssen y Langfeld. Estas construcciones permiten clasificar los códigos convolutionales de Goppa de dimensión 1.

¹Universidad de Salamanca.
jmp@usal.es

Feng-Rao decoding of primary codes

Diego Ruano¹

We show that the Feng-Rao bound for dual codes and a similar bound by Andersen and Geil [H.E. Andersen and O. Geil, Evaluation codes from order domain theory, *Finite Fields Appl.*, 14 (2008), pp. 92-123] for primary codes are consequences of each other. This implies that the Feng-Rao decoding algorithm can be applied to decode primary codes up to half their designed minimum distance. The technique applies to any linear code for which information on well-behaving pairs is available.

Among those are important families of multivariate polynomial codes. Matsumoto and Miura in [R. Matsumoto and S. Miura, On the Feng-Rao bound for the L-construction of algebraic geometry codes, *IEICE Trans. Fundamentals*, E83-A (2000), pp. 926-930] (See also [P. Beelen and T. Høholdt, The decoding of algebraic geometry codes, in *Advances in algebraic geometry codes*, pp. 49-98]) derived from the Feng-Rao bound a bound for primary one-point algebraic geometric codes and showed how to decode up to what is guaranteed by their bound. The exposition by Matsumoto and Miura requires the use of differentials which was not needed in [Andersen and Geil 2008]. Nevertheless we demonstrate a very strong connection between Matsumoto and Miura's bound and Andersen and Geil's bound when applied to primary one-point algebraic geometric codes.

(Joint work with Olav Geil (Aalborg University) and Ryutaroh Matsumoto (Tokyo Institute of Technology))

¹Aalborg Universitet.
diego@math.aau.dk

Criptografía y medios de pago electrónicos

Magdalena Payeras Capellà¹

La seguridad en los sistemas de pago tradicionales se basa en mecanismos físicos que impiden su falsificación y uso fraudulento. En los sistemas de pago electrónicos la seguridad se consigue mediante el uso de criptografía. En concreto, las firmas digitales en todas sus variantes permiten obtener características deseables en los sistemas de pago electrónicos para las nuevas aplicaciones y servicios que van desarrollándose en el entorno del comercio electrónico. Entre estas aplicaciones se encuentran la compra de información o de bienes digitales de bajo coste o el acceso a servicios tarificables en función de su uso. Tanto en un servicio como en el otro la privacidad del usuario es una propiedad deseable.

En el primer caso, la compra de bienes de bajo precio requiere un sistema de pago adaptado al pago de pequeñas cantidades, llamado micropago, con requerimientos de seguridad, de eficiencia y funcionales únicos dentro del abanico de sistemas de pago existentes. En el segundo caso, la tarificación en función del uso se realizará de forma automática, dando lugar a sistemas de tarificación automática.

Las firmas ciegas permiten crear monedas electrónicas anónimas. Sin embargo en determinados casos se requerirán firmas con propiedades adicionales, como firmas parcialmente ciegas o firmas de grupo. Las firmas parcialmente ciegas permiten al firmante introducir información común, previamente acordada entre solicitante y firmante, en la firma ciega. Las firmas de grupo pueden ser útiles para verificar que el usuario firmante es miembro de un determinado grupo de usuarios. Los tiques electrónicos (de tarificación preestablecida o automática) pueden ser emitidos de forma anónima incorporando firmas de grupo en su etapa de generación. Los esquemas de firma de grupo permiten la revocación de la identidad de los usuarios in caso de comportamiento incorrecto.

La incorporación de medidas de seguridad y privacidad a los sistemas de pago electrónico requiere gran volumen de computación. Por tanto su aplicabilidad a determinados dispositivos, como dispositivos móviles, debe ser comprobada.

¹Universitat Illes Balears.
mpayeras@uib.es

Implementación de las firmas de grupo basadas en las “pairing functions”

Andreu Pere Isern (Con Llorenç Huguet, Magdalena Payeras, Macià Mut)¹

En esta presentación, vamos a mostrar una aplicación de las “pairing functions” a la firma de grupo, según el esquema propuesto por Boneh, Boyen y Shacham (BBS) [1], válida tanto para portátiles convencionales como para teléfonos inteligentes que disponen del sistema operativo Android.

Los esquemas de firma de grupo fueron introducidas por D. Chaum y E.V. Van Heyst (1991) [2] para proporcionar, al mismo tiempo, la autenticidad y el anonimato de los usuarios. Así, con un par clave de grupo, cada usuario perteneciente al grupo puede firmar mensajes que son públicamente verificables, al mismo tiempo que oculta la identidad del firmante real dentro del grupo. De esta forma, la firma resultante mantiene en secreto la identidad del firmante, debido a que el procedimiento de verificación sólo emplea la clave pública del grupo. Sólo el administrador del grupo, en el caso de cualquier conflicto o abuso, puede rastrear la firma, deshaciendo su anonimato.

En este trabajo, presentaremos la implementación del esquema de firma de grupo BBS, basado en “pairing functions”, cuyo análisis de rendimiento permite visualizar la importancia de estas firmas para las aplicaciones criptográficas en general, como para las que requieran dispositivos móviles.

Referencias

- [1] D. Boneh, X. Boyen, and H. Shacham. Short group signatures. In *Advances in Cryptology – CRYPTO 2004*, volume 3152 of *Lecture Notes in Computer Science*, page 227–242. 2004.
- [2] D. Chaum and E.V. Van Heyst. Group signatures. In *Proceedings of the 10th annual International Conference on Theory and Application of Cryptographic Techniques, EUROCRYPT’91*, page 257–265, 1991.

¹Universitat d’Illes Balears.

Secreto y Autenticación perfectos

Llorenç Huguet¹

El concepto de secreto perfecto fue estudiado por C.E. Shannon (1949) [2], quien lo caracterizó como el máximo de incertidumbre para un criptoanalista sobre el texto original, una vez interceptado el texto cifrado. En términos de teoría de la información equivale a conseguir un sistema donde la información mutua entre emisor y criptoanalista sea nula. Es decir, si para un sistema criptográfico determinado, M es el conjunto de mensajes originales y C el conjunto de los mensajes cifrados entonces habrá secreto perfecto cuando $I(M, C) = H(M|C) = H(M) = 0$. Operando sobre las propiedades de las funciones de entropía, se deduce que el secreto perfecto de Shannon se consigue cuando la clave requiere al menos, el mismo número de bits que el mensaje a cifrar. El único criptosistema conocido que cumple esta condición es el de Vernam.

El criptosistema coset-coding para wire-Tap channels, que presentaremos, visando el secreto perfecto da un esquema de cifrado que al mismo tiempo maximiza la información mutua entre el emisor y el receptor legal.

Puesto que la criptografía además de asegurar el secreto de las transmisiones y/o almacenamiento de datos, pretende asegurar la autenticación de los usuarios, G.S. Simmons (1984) [3], presenta una teoría de la autenticación perfecta, siguiendo la teoría de la información. Su resultado es que existe la autenticación perfecta cuando el ataque de personalización verifica que la probabilidad de engaño por parte de un criptoanalista $P_e = 2^{-I(C,K)}$, donde $I(C, K)$ es la información mutua entre el conjunto de criptogramas y el conjunto de claves posibles para el criptosistema.

El secreto y la autenticación son conceptos independientes entre si; pueden existir criptosistemas con secreto perfecto y sin autenticación y otros con autenticación perfecta y sin secreto.

Referencias

- [1] Comunicación digital: teoría matemática de la información, codificación algebraica y criptología Ed. Masson, 1991.
- [2] C.E. Shannon. Communication theory of secrecy systems. Bell Syst. Tech., 28:656–715, 1949.
- [3] G.S. Simmons. Authentication theory/ coding theory. In Crypto’84, Lecture Notes in Computer Science. volume 196 pages 411–431.

¹Universitat d'Illes Balears.
l.huguet@uib.es

Identidad digital

Anna Río¹

Los números nos identifican. Estamos acostumbrados a ello: número de teléfono, número de identificación fiscal, número de la tarjeta de crédito, etc. Pero, sin presencia física ¿cómo podemos estar seguros de que un número corresponde realmente a una identidad?

Los negocios o acuerdos buenos y perdurables han incluido siempre el reconocimiento físico, el contacto visual, el establecimiento de vínculos personales. Por lo tanto, el reconocimiento y la subsiguiente autenticación de la persona o entidad con la que realizar negocios o cualquier tipo de transacción o interacción importante se convierte en la piedra angular de la relación.

Se establece así confianza entre los participantes, y la confianza es la base de las relaciones. Cuando la tecnología pretende convertirse en un sustituto viable para la interacción física humana adquieren gran relevancia los conceptos de identidad digital y autenticación digital. Con el fin de estandarizar estas formas de identificación, gobiernos, organizaciones y empresas han emitido, o lo harían en un futuro inmediato, sus propias tarjetas de identidad digital. Estas tarjetas de identidad electrónicas tienen un microchip cuya memoria y potencia de cálculo se utilizan para incorporar algoritmos criptográficos, lo que permite la autenticación y la firma digital.

Revisaremos algunas de las matemáticas que intervienen en estas infraestructuras, considerando diferentes elecciones posibles. Entendiendo sus características y su funcionamiento, podremos convencernos y convencer de que las tecnologías de la información y las comunicaciones son capaces de hacer identificaciones fiables entre empresas, entre empresas y clientes, entre gobiernos y ciudadanos, etc. garantizando que la información crítica y sensible se mantiene siempre bajo control de su propietario.

¹Universitat Politècnica de Catalunya.
ana.rio@upc.edu

Coutilidad: teoría y aplicaciones

Josep Domingo Ferrer¹

Un problema existente en la sociedad de la información global es la falta de un marco legal aceptado por todos los países. Ello conlleva el problema de proteger los intereses legítimos de los participantes en transacciones de información. Los protocolos usados en la sociedad de la información deberían diseñarse para que el interés egoísta de cualquier participante le lleve a actuar de tal modo que sirva al interés de los otros participantes. De esta forma, la sociedad de la información podrá funcionar como resultado de una cooperación autointeresada en lugar de basarse en preceptos legales difíciles de desplegar.

La coutilidad es un nuevo concepto que puede definirse en términos de teoría de juegos: un protocolo es cóutil si la mejor opción que tiene un participante para maximizar su utilidad es cooperar con uno o más de los otros participantes para maximizar la utilidad de estos. Es cuestión de ayudarse a uno mismo a base ayudar a otros. La privacidad, la seguridad y la funcionalidad pueden verse como componentes básicos de la utilidad de un participante.

Definimos formalmente la coutilidad en términos de equilibrio de juegos. Pueden considerarse varios tipos de equilibrio: i) si los jugadores/participantes juegan de forma independiente, la coutilidad se define como un equilibrio de Nash de un subjuego, también conocido como equilibrio de Stackelberg; ii) si se permite que los jugadores correlacionen sus estrategias para mejorar el resultado final, obtenemos coutilidad correlacionada definida como un equilibrio correlacionado.

En esta charla presentaremos varios aspectos teóricos de la coutilidad y esbozaremos algunas de sus aplicaciones: distribución controlada de contenidos, olvido digital, búsqueda anónima de información, comunicaciones en redes vehiculares y redes sociales.

¹Universitat Rovira i Virgili
josep.domingo@urv.cat

Códigos secretos: de Turing a la criptografía de clave pública

Josep María Miret¹

Desde que Alan M. Turing (1912-1954), con su colaboración con el servicio secreto británico durante la segunda guerra mundial, condujo a descifrar los códigos producidos por la máquina criptográfica del ejército alemán denominada Enigma, hasta la era actual de los ordenadores, la criptografía ha experimentado un espectacular avance y un fascinante desarrollo. En esta charla mostraremos las características de algunos criptosistemas, tanto de clave compartida como de clave pública, aparecidos después del célebre artículo de 1949 de C. Shannon donde se establecen los pilares de la criptografía moderna. Comentaremos también, algunos de los posibles ataques criptoanalíticos que intentan cuestionar y romper su seguridad. Finalmente, veremos que la criptografía con emparejamientos ofrece buenas propiedades para evitar el uso de certificados de claves públicas.

¹Universitat de Lleida.

miret@matematica.udl.cat

Results on error-correcting codes obtained using linear algebra

Simeon Ball¹

A linear code C is a k -dimensional subspace of $\mathbb{F}_q^n$, with respect to a fixed basis. Let $d \in \mathbb{N}$ be minimal such that every non-zero vector of C has at least d non-zero coordinates. With such a code, up to $\lfloor (d-1)/2 \rfloor$ errors in any codeword can be corrected when sending codewords down a noisy channel.

There are many results on error-correcting codes obtained by combinatorial arguments (and these generally apply to non-linear codes as well) such as the sphere packing bound, the Gilbert-Varshamov bound, the Plotkin bound, etc. In this talk I will concentrate on results obtained using linear algebra, for example the MacWilliams's identities, the MDS conjecture, the maximum weight of a codeword. It is also possible to obtain results for non-linear codes using linear algebra and I will also mention one of these, the Alderson-Gács extension theorem.

¹Universitat Politècnica de Catalunya.
simeon@ma4.upc.edu

Enfoque algebraico a la descodificación de códigos lineales

Irene Márquez Corbella¹

En esta charla introducimos el ideal binomial asociado a un código lineal arbitrario. Los binomios de la base de Gröbner de dicho ideal respecto de un orden graduado inducen un conjunto de prueba o “test-set” que nos permite resolver el problema de descodificación completa de códigos lineales. Por otra parte la base de Graver de este ideal nos aporta un test-set universal que resulta contener el conjunto de palabras de mínimo soporte de nuestro código.

En el caso binario algunos de estos resultados ya se conocían. Presentamos aquí extensiones de los algoritmos conocidos que nos permiten calcular, sin aumento del coste computacional, algunos parámetros del código como el conjunto de palabras líderes, su distribución de pesos o el radio de recubrimiento y de Newton del código. Podemos incluso hacer uso de la teoría de descomposición de matroides representables para reducir la complejidad de los algoritmos propuestos en ciertos casos.

¹Universidad de Valladolid
imarquez@agt.uva.es

Esquemas de compartición de secretos para grafos

Oriol Farrás Ventura¹

Un esquema de compartición de secretos es un método criptográfico para dividir un secreto en fragmentos. Esta división se realiza de manera que a partir de ciertos conjuntos de fragmentos, los conjuntos “autorizados”, es posible recuperar el secreto, mientras que los otros conjuntos de fragmentos no contienen ninguna información del secreto. La familia de conjuntos autorizados se llama estructura de acceso del esquema. Los esquemas de compartición de secretos son incondicionalmente seguros, su seguridad se basa en la teoría de la información, y son una primitiva fundamental en la construcción de aplicaciones criptográficas.

Existen procedimientos para construir esquemas de compartición de secretos para cualquier estructura de acceso monótona creciente. Pero en la mayoría de los casos el esquema resultante es ineficiente, la longitud de los fragmentos es exponencial en el número de participantes. Se conocen algunas familias de estructuras de acceso que admiten esquemas eficientes, pero en general no se sabe cual es la longitud mínima de los fragmentos para una estructura de acceso cualquiera.

Este problema ha sido abordado en un trabajo conjunto con Amos Beimel y Yuval Mintz, presentado en CRYPTO 2012. El estudio se ha restringido a las estructuras de acceso determinadas por grafos, y se han obtenido construcciones más eficientes y cotas inferiores en la longitud mínima de los fragmentos.

¹Universitat Rovira i Virgili
oriol.fv@gmail.com

Hadamard quaternionic codes

Josep Rifà (Con Ángel del Río, Murcia) ¹

A quaternionic code is a non-empty subgroup of Q^n , where Q is the quaternion group on eight elements. Such codes are translation invariant propelinear codes as the well known Z_4 -linear or Z_2Z_4 -linear codes.

We will show that there exist “pure” quaternionic codes, that is, codes that do not admit any abelian translation invariant propelinear structure. We study the dimension of the kernel and rank of the quaternionic codes, and we give upper and lower bounds for these parameters. We give tools to construct a new class of Hadamard codes formed by several families of quaternionic codes; we study and show the different shapes of such a codes and we improve the upper and lower bounds for the rank and the dimension of the kernel when the codes are Hadamard.

¹Universitat Autònoma de Barcelona.
josef.rifa@uab.cat

S17

Estadística

Mar 22, 11:00 - 11:55, Aula 7 — Wenceslao González Manteiga:
Goodness-of-fit tests for regression models: the functional data case

Mar 22, 12:00 - 12:25, Aula 7 — Juan Carlos Pardo Fernández:
On the use of the characteristic function of the residuals to test for the equality of regression curves

Mar 22, 12:30 - 12:55, Aula 7 — Carla Moreira:
Goodness-of-fit tests for a semiparametric model under random double truncation

Mar 22, 13:00 - 13:25, Aula 7 — Pablo Martínez Camblor:
A general bootstrap algorithm for hypothesis testing

Mar 22, 17:00 - 17:55, Aula 7 — Ricardo Cao:
Maximum likelihood estimation for conditional distribution single-index models under censoring

Mar 22, 18:00 - 18:25, Aula 7 — María del Carmen Iglesias Pérez:
CLT of nonparametric regression estimator with truncated, censored and dependent data

Mar 22, 18:30 - 18:55, Aula 7 — Javier Roca Pardiñas:
Métodos estadísticos de selección de variables en modelos de regresión multivariantes. Aplicaciones en medioambiente y salud

Mar 22, 19:00 - 19:25, Aula 7 — Mar Rodríguez Gironde:
Model building in non proportional hazard regression

Goodness-of-fit tests for regression models: the functional data case

Wenceslao González-Manteiga¹, Juan Cuesta-Albertos², Manuel
Febrero-Bande¹, Eduardo García-Portugués¹

In this talk the topic of the goodness-of-fit for regression models with functional covariates is considered. Although several papers have been published in the last two decades for the checking of regression models, the case where the covariates are functional is quite recent and has become of interest in the last years. We will review the very recent advances in this area and we will propose a new goodness-of-fit test for the null hypothesis of a functional linear model with scalar response. Our test is based on a generalization to the functional framework of a previous one, designed for the goodness-of-fit of regression models with multivariate covariates using random projections. The test statistic is easy to compute using geometrical and matrix arguments, and simple to calibrate in its distribution by a wild bootstrap on the residuals. Some theoretical aspects are derived and the finite sample properties of the test are illustrated by a simulation study. Finally, the test is applied to real data for checking the assumption of the functional linear model and a graphical tool is introduced.

Keywords: Functional Data, Goodness-of-fit, Bootstrap/resampling, Statistical computing

MSC 2010: 62G05, 62G09, 62G10

References

- [1] E. GARCÍA-PORTUGUÉS, W. GONZÁLEZ-MANTEIGA AND M. FEBRERO-BANDE, A goodness-of-fit for the functional linear model. *arXiv:1205.6167* (second revision in *Journal of Computational and Graphical Statistics*).
- [2] L. HORVATH AND P. KOKOSZKA, *Inference for Functional Data With Applications*. Springer, 2012. New York.
- [3] J. O. RAMSAY AND B. W. SILVERMAN, *Functional data analysis*. Springer, 2005. New York.

¹Department of Statistics and Operations Research
University of Santiago de Compostela
Faculty of Mathematics

²Department of Mathematics
University of Cantabria
Faculty of Sciences

On the use of the characteristic function of the residuals to test for the equality of regression curves

Juan Carlos Pardo-Fernández¹

In this talk we will present a new procedure to test for the equality of k regression curves in a fully nonparametric context. The test is based on the comparison of two empirical estimators of the characteristic functions of the regression residuals in each population. The asymptotic behaviour of the test statistic is studied in detail. It is shown that, under the null hypothesis, the distribution of the test statistic converges to a combination of independent χ_1^2 random variables. Under certain restrictions on the populations, the asymptotic null distribution of the test statistic is χ_{k-1}^2 . The practical performance of the test based on the asymptotic null distribution is investigated by means of simulations.

This is joint work with M. Dolores Jiménez-Gamero (Universidad de Sevilla) and Anouar El Ghouch (Université catholique de Louvain).

Keywords: Comparison of regression curves, Empirical characteristic function, Regression residuals.

MSC 2010: 62G08, 62G10

¹Departamento de Estatística e Investigación Operativa
Universidade de Vigo
Facultade de Ciencias Económicas e Empresariais
Campus Universitario As Lagoas-Marcosende
36310 Vigo (Pontevedra)
juancp@uvigo.es

Goodness-of-fit tests for a semiparametric model under random double truncation

Carla Moreira^{1,2}, Jacobo de Uña-Álvarez¹, Ingrid Van Keilegom³

Doubly truncated data are commonly encountered in areas like medicine, astronomy, economy, among others. A semiparametric estimator of a doubly truncated random variable has been proposed by [1]. Their estimator is based on a parametric specification of the distribution function of the truncation times. This semiparametric estimator outperforms the nonparametric maximum likelihood estimator when the parametric information is correct, but might behave badly when the assumed parametric model is far off. We introduce several goodness-of-fit tests for the parametric model. The proposed tests are investigated through simulations. For illustration purposes, the tests are also applied to data on the induction time to AIDS for blood transfusion patients.

Keywords: Double truncation, goodness-of-fit tests

MSC 2010: 62N86, 62G10

References

- [1] MOREIRA, C. AND DE UÑA-ÁLVAREZ, J., A semiparametric estimator of survival for doubly truncated data. *Statistics in Medicine* **29**, 3147–3159 (2010).

¹Department of Statistics and OR
University of Vigo
Lagoas - Marcosende, 36 310, Vigo - Spain
carla@uvigo.es, jacobode@uvigo.es

²Centro de Matemática da Universidade do Minho
Campus de Gualtar, 4710 - 057 Braga - Portugal

³Institute of Statistics, Biostatistics and Actuarial Sciences
Université catholique de Louvain
Voie du Roman Pays 20, B 1348 Louvain-la-Neuve - Belgium
ingrid.vankeilegom@uclouvain.be

A general bootstrap algorithm for hypothesis testing

Pablo Martínez-Cambor^{1,2}, Norberto Corral²

The bootstrap, introduced and explored in detail by Efron [1] [2], is a intensive computer-based method originally devoted to estimate the standard deviations, confidence intervals and bias of the studied statistic. This technique is useful in a wide variety of statistical procedures, however, its use for hypothesis testing, when the data structure is complex, is not straightforward and each case must be particularly treated. In this work, a general bootstrap algorithm (gBA) for hypothesis testing is studied. The considered method preserves the data structure of each group independently and, in spite of most of the authors match that the resampling under the null is critical to the proper construction of bootstrap test (see, for example, Hall and Wilson [3] or Westfall and Young [4]), in the introduced procedure, the null hypothesis is only used in order to compute the bootstrap statistic values (not at the resampling, as usual). The asymptotic distribution is developed and several case studies are discussed.

Keywords: Gini index, Survival model, Competing risk, Cumulative incidence function

MSC 2010: 62F03, 62F40

References

- [1] B. EFRON, (1979) Bootstrap methods: another look at the jackknife, *Annals of Statistics*, **7**(1), 1-26.
- [2] B. EFRON, (1982) The jakknife, the bootstrap and other resampling plans, *Regional Conference Series in Applied Mathematics*, CBMS-NSF.
- [3] P. HALL, S.R. WILSON, (1991) Two guidelines for bootstrap hypothesis testing, *Biometrics*, **47**, 757-762.
- [4] P.H. WESTFALL, S.S. YOUNG, (1993) *Resampling-based Multiple Testing: Examples and Methods for p-value Adjustment*, Wiley, New York.

¹Oficina de Investigación Biosanitaria de Asturias
pablomc@ficyt.es

²Departamento de Estadística e IO y DM
Universidad de Oviedo
norbert@uniovi.es

Maximum likelihood estimation for conditional distribution single-index models under censoring^{*}

Ricardo Cao¹, Ewa Strzalkowska-Kominiak²

A new likelihood approach is proposed for the problem of semiparametric estimation of a conditional distribution or density under censoring. Consistency and asymptotic normality for two versions of the maximum likelihood estimator of the parameter vector in the single index model are proved. The single-index model considered can be seen as a useful tool for credit scoring and estimation of the default probability in credit risk. A data-driven bandwidth selection procedure is proposed. It allows to choose the smoothing parameter involved in our approach. The finite sample performance of the estimators has been studied by simulations, where the new method has been compared with the method proposed by Bouaziz and Lopez (2010) [1]. To the best of our knowledge this is the only existing competitor in this context. The simulation study shows the good behavior of the proposed method.

Keywords: conditional density function, credit risk, kernel estimation, survival analysis

MSC 2010: 62G07, 62G20, 62N01, 62N02

References

- [1] O. BOUAZIZ, O. LOPEZ, Conditional density estimation in a censored single-index model. *Bernoulli* **16**, 514–542 (2010).

¹Departamento de Matemáticas
Universidade da Coruña
Facultade de Informática, Campus de Elviña, 15071 A Coruña, Spain
rcao@udc.es

²Departamento de Estadística
Universidad Carlos III de Madrid
C/ Madrid, 126, 28903 Getafe (Madrid) Spain
ewa.strzalkowska@uc3m.es

^{*}MINECO Grants MTM2008-00166 and MTM2011-22392 (EU ERDF support included)

CLT of nonparametric regression estimator with truncated, censored and dependent data

Liang, Han-Ying¹; de Uña-Álvarez, Jacobo²; Iglesias-Pérez, María del
Carmen³

We propose a method to estimate the regression function under a left truncation and right censored model. It is assumed that the observations form a stationary α -mixing sequence. The new estimators are based on the idea of the Nadaraya-Watson and the local lineal smoothers applied to a certain transformation of the data. Asymptotic normality of the estimators is established. Their finite sample behavior is also investigated in a simulation study.

Keywords: Asymptotic normality, Nadaraya-Watson and local linear smoothing, regression function, truncated and censored data, α -mixing.

MSC 2010: 62N01, 62E20.

¹Department of Mathematics
Tongji University
Shanghai 200092. P.R. China
hyliang83@yahoo.com

²Departamento de Estadística e Investigación Operativa
Universidad de Vigo
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales.
Campus Lagoas-Marcosende. 36310 Vigo. España
jacobou@uvigo.es

³Departamento de Estadística e Investigación Operativa
Universidad de Vigo
Escuela de Ingeniería Forestal.
Campus A Xunqueira. 36005 Pontevedra. España
mcigles@uvigo.es

Métodos estadísticos de selección de variables en modelos de regresión multivariantes. Aplicaciones en salud

Javier Roca Pardiñas¹

En muchas aplicaciones biomédicas, el interés reside en ser capaz de distinguir entre dos posibles estados de una variable de respuesta dada, dependiendo de los valores de determinados predictores. Si el número de predictores es elevado, o si existe una redundancia entre ellos, entonces será muy importante decidir sobre el mejor subconjunto de predictores que dará lugar el modelo con mejor capacidad de discriminación. Con este objetivo, se han considerado los modelos aditivos generalizados de respuesta binaria, y se ha utilizado la “receiver operating characteristic (ROC)” con el fin de determinar y comparar la capacidad discriminatoria de tales modelos. En este estudio se han desarrollado pruebas basadas en el remuestreo bootstrap que permiten: a) obtener el número óptimo de predictores; y b) el modelo o modelos con ese número de predictores, que presentan el mayor AUC (área bajo la curva ROC). El método propuesto se aplicó a un sistema de diagnóstico asistido por ordenador dedicado a la detección precoz del cáncer de mama.

¹Departamento de Estadística e I.O
Universidade de Vigo
E.U. Ingeniería Industrial
C/Torrecedeira 86, 36208
Vigo (Pontevedra)
roca@uvigo.es

Model building in non proportional hazard regression

Mar Rodríguez-Girondo¹, Thomas Kneib², Carmen Cadarso-Suárez³, Emad Abu-Assi⁴

Recent developments of statistical methods allow for a very flexible modeling of covariates affecting survival times via the hazard rate, including also the inspection of possible time-dependent associations. Despite their immediate appeal in terms of flexibility, these models typically introduce additional difficulties when a subset of covariates and the corresponding modeling alternatives have to be chosen, i.e. for building the most suitable model for given data. This is particularly true when potentially time-varying associations are given. We propose to conduct a piecewise exponential representation of the original survival data to link hazard regression with estimation schemes based on the Poisson likelihood to make recent advances for model building in exponential family regression accessible also in the non proportional hazard regression context. A two-stage stepwise selection approach, an approach based on doubly penalized likelihood and a componentwise functional gradient descent approach will be adapted to the piecewise exponential regression problem and compared via an intensive simulation study. An application to prognosis after discharge for patients who suffered a myocardial infarction supplements the simulation to demonstrate the pros and cons of the approaches in real data analyses.

Keywords: Survival analysis, Variable selection, Model Choice, Boosting, Generalized additive models

MSC 2010: 62P10, 62N01, 6207

¹siDOR Research Group
University of Vigo
Facultade de Ciencias Económicas e Empresariais
Campus Lagoas-Marcosende
Vigo, SPAIN
margirondo@uvigo.es

²Center for Statistics and Econometrics
Georg August University
Platz der Göttinger Sieben 5
Göttingen, GERMANY
tkneib@uni-goettingen.de

³Unit of Biostatistics, Department of Statistics
University of Santiago de Compostela
Facultade de Medicina e Odontoloxía
Rúa San Francisco s/n
Santiago de Compostela, SPAIN
carmen.cadarso@usc.es

⁴Department of Cardiology
Hospital Clínico de Santiago de Compostela
Facultade de Medicina e Odontoloxía
A Choupana s/n
Santiago de Compostela, SPAIN
eabuassi@yahoo.es

S18

Investigación Operativa

Mie 23, 11:00 - 11:50, Aula 7 — Marco A. López:
Estabilidad en optimización lineal. Propiedades del tipo pseudo-Lipschitz

Mie 23, 11:50 - 12:15, Aula 7 — José Niño-Mora:
Continuous-state restless bandits, indexability, and infinite-dimensional linear programming

Mie 23, 12:15 - 12:40, Aula 7 — Ignacio García-Jurado:
An extension of the Shapley value for games with optimistic aspirations

Mie 23, 12:40 - 13:05, Aula 7 — Gustavo Bergantiños:
Asignaciones estables: premio Nobel de economía 2012

Mie 23, 13:05 - 13:30, Aula 7 — Justo Puerto:
25 minutes on Polynomials, SDP and Location Theory

Mie 23, 17:00 - 17:50, Aula 7 — Angel Corberán:
Sobre el Set Covering Arc Routing Problem

Mie 23, 17:50 - 18:15, Aula 7 — Emilio Carrizosa:
Some Mixed Integer Nonlinear Programs in Data Analysis

Mie 23, 18:15 - 18:40, Aula 7 — Alfredo Marín:
Sobre el problema de la mediana discreto no lineal con orden inducido

Mie 23, 18:40 - 19:05, Aula 7 — Antonio Rodríguez:

Problema de localización de hubs usando mediana ordenada con restricciones de capacidad

Mie 23, 19:05 - 19:30, Aula 7 — Víctor Blanco:

Algunas Aplicaciones de la Optimización Discreta en Álgebra Computacional

Estabilidad en optimización lineal. Propiedades del tipo pseudo-Lipschitz

López-Cerdá, Marco A.¹

El problema analizado es el de optimización de una función lineal con restricciones lineales, restricciones cuyos coeficientes dependen continuamente de un índice que varía en un compacto Hausdorff. Suponiendo que se verifica la cualificación de restricciones de Slater, en [1] se proporciona una caracterización de la propiedad de Aubin (también conocida como propiedad de 'Lipschitz-like') de la aplicación conjunto óptimo (o 'argmin mapping'), mientras que en [2] se caracteriza la 'calmness' de esta misma aplicación bajo la hipótesis adicional de la unicidad de la solución óptima. El objetivo fundamental de esta charla es presentar algunos avances en la estimación de los correspondientes módulos de estas dos propiedades en tanto que constituyen indicadores precisos del nivel de estabilidad del problema original. Las estimaciones propuestas tienen la cualidad de depender exclusivamente de los parámetros de dicho problema nominal, por lo que son conceptualmente computables. Los resultados que se presentan proceden fundamentalmente de [3].

Keywords: Estabilidad en optimización lineal, Aubin property, calmness property

MSC 2010: 90C05, 90C34

Referencias

- [1] M. J. Cánovas, D. Klatte, M. A. López, J. Parra, Metric regularity in convex semi-infinite optimization under canonical perturbations, *SIAM J. Optim.*, 18 (2007), pp. 717-732.
- [2] M. J. Cánovas, A. L. Dontchev, M. A. López, J. Parra, Isolated calmness of solution mappings in convex semi-infinite optimization, *J. Math. Anal. Appl.*, 350 (2009), pp. 892-837.
- [3] M. J. Cánovas, A. Kruger, M. A. López, J. Parra, M. Théra, Calmness modulus of linear semi-infinite programs, Ongoing paper.

¹Departamento Estadística e Investigación Operativa
Universidad de Alicante
Ctra. San Vicente de Raspeig s/n, Alicante 03071
marco.antonio@ua.es

Continuous-state restless bandits, indexability, and infinite-dimensional linear programming*

José Niño-Mora¹

The multiarmed restless bandit (RB) problem concerns the optimal dynamic allocation of a resource to multiple projects, modeled as RBs, i.e., binary-action (active or passive) Markov decision processes. Although generally intractable, an approach to construct heuristic policies based on the Whittle index or extensions has been shown, empirically, to perform well in a variety of models. Yet deploying such an approach raises the challenges of establishing the indexability (i.e., existence of the index) of the constituent RBs, and of evaluating the index. Motivated by sensor scheduling and spectrum access applications, this work presents the first general sufficient conditions for indexability of continuous-state RBs, along with a practical means to evaluate the index. They are based on an infinite-dimensional LP extension of partial conservation laws, an approach formerly introduced by the author for discrete-state RBs.

Keywords: restless bandits, continuous state, Whittle index, infinite dimensional linear programming, conservation laws

MSC 2010: 90B36, 90C40, 90C05, 90C48

References

- [1] J. NIÑO-MORA, Conservation laws and related applications. En *Wiley Encyclopedia of Operations Research and Management Science*, Wiley, New York, 2011. DOI: 10.1002/9780470400531.eorms0186.
- [2] J. NIÑO-MORA, Dynamic priority allocation via restless bandit marginal productivity indices. *TOP* **15**, 161–198 (2007).
- [3] J. NIÑO-MORA, An index policy for dynamic fading-channel allocation to heterogeneous mobile users with partial observations. En *NGI 2008, 4th Euro-NGI Conf. Next Generation Internet Networks*, 231–238. IEEE, New York, 2008.
- [4] J. NIÑO-MORA, A restless bandit marginal productivity index for opportunistic spectrum access with sensing errors. En *NETCOOP 2009, 3rd Euro-NF Conf. Network Control and Optimization, Lecture Notes in Computer Science* **5894**, 60–74. Springer, Berlin, 2009.

*Trabajo llevado a cabo en el marco del proyecto MTM2010-20808 del MICINN

¹Departamento de Estadística
Universidad Carlos III de Madrid
Avenida Universidad 30, 28911 Leganés (Madrid)
jnimora@alum.mit.edu

An extension of the Shapley value for games with optimistic aspirations*

Luisa Carpentel¹, Balbina Casas-Méndez², Ignacio García-Jurado¹, Anne van den Nouweland³

A game with optimistic aspirations specifies two real numbers for each possible coalition of players: the first number is the worth that the players in the coalition can guarantee for themselves in the event that they coordinate their actions, and the second number is the amount that the players in the coalition aspire to get under reasonable but very optimistic assumptions about the demands of the players who are not included in the coalition. In this paper, in addition to presenting this model and justifying its relevance, we introduce allocation rules and extend the properties of efficiency, additivity, symmetry, and null player property to this setting. Since these four properties are insufficient to find a unique allocation rule, we define three properties involving null players and nullifying players that allow the identification of unique allocation rules. The allocation rules we identify are related to the Shapley value and the equal division rule.

Keywords: Optimistic aspirations, TU-games, Shapley value

MSC 2010: 91A12

¹Departamento de Matemáticas
Universidade da Coruña
Facultad de Informática, Campus de Elviña, 15071 A Coruña
luisacar@udc.es
ignacio.garcia.jurado@udc.es

²Departamento de Estadística e Investigación Operativa
Universidade de Santiago de Compostela
Facultad de Matemáticas, 15782 Santiago de Compostela
balbina.casas.mendez@usc.es

*The authors acknowledge the financial support of Gobierno de España through project MTM2011-27731-C03.

³Department of Economics
University of Oregon
435 PLC, Eugene, OR 97403-1285, USA.
annev@uoregon.edu

Asignaciones estables: premio Nobel de economía 2012

Gustavo Bergantiños¹

En el año 2012 el premio Nobel de economía recayó en A. Roth y L. Shapley (2 expertos en teorías de juegos) por "for the theory of stable allocations and the practice of market design". Dichos autores estudiaron situaciones en las cuales hay que asignar bienes y agentes pero no podemos hacerlo usando dinero. Ejemplos de tales asignaciones son estudiantes y colegios, riñones para transplantes y pacientes,... L. Shapley diseñó un algoritmo para hacer dichas asignaciones mientras que A. Roth hizo diversas modificaciones de dicho algoritmo para aplicarlos a varias situaciones reales. En esta charla se dará una explicación de las contribuciones de dichos premios Nobel.

Keywords: Nobel Economía 2012, Asignaciones estables

MSC 2010: 91A12, 91A40

¹Estatística e I.O.
Universidade de Vigo
Facultade de Económicas. 36310, Vigo.
gbergant@uvigo.es

25 minutes on Polynomials, SDP and Location Theory^{*}

Justo Puerto¹

This talk considers the problem of minimizing the ordered weighted average of finitely many rational functions over compact semi-algebraic sets. Ordered weighted averages of rational functions are, in general, neither rational functions nor the supremum of rational functions so current results available for the minimization of rational functions cannot be applied to handle these problems. We prove that the problem can be transformed into a new problem embedded in a higher dimensional space where it admits a convenient polynomial optimization representation [1]. This reformulation allows a hierarchy of SDP relaxations that approximates, up to any degree of accuracy, the optimal value of those problems [2]. We apply this general framework to a broad family of continuous location problems showing that some difficult problems (convex and non-convex) that up to date could only be solved on the plane and with Euclidean distance, can be reasonably solved with different ℓ_p -norms in finite dimensional spaces. We illustrate this methodology with some extensive computational results on constrained and unconstrained location problems. In addition, we address a general case of continuous single facility location problems in finite dimension spaces under possibly different ℓ_p norms in the demand points. We analyze the difficulty of this family of problems and revisit convergence properties of some well-known algorithms. The ultimate goal is to provide a common approach to solve this family of continuous ℓ_p -norm location problems in dimension d (including of course the ℓ_p minisum or Fermat-Weber location problem for any $p \geq 1$). We prove that this approach has a polynomial worst case complexity in the case of ordered median functions [3] for monotone lambda weights and it can be also applied, although losing polynomiality, to constrained and even non-convex problems.

Keywords: Location Theory, Semidefinite programming, Problem of Moments

MSC 2010: 90B90

References

- [1] BLANCO V., EL-HAJ BEN-ALI S. AND PUERTO J. *Minimizing ordered weighted averaging of rational functions with applications to continuous location*, Computers & Operations Research, 10.1016/j.cor.2012.10.005, (2012).

^{*}Trabajo llevado a cabo en el marco del proyecto MTM2010-19576-C02-(01,02) del MICINN

- [2] LASSERRE J.B. *Moments, Positive Polynomials and Their Applications* Imperial College Press, London, (2009).
- [3] NICKEL S. AND PUERTO J. *Facility Location - A Unified Approach*. Springer Verlag, (2005).

¹IMUS

Universidad de Sevilla

Avd. Reina Mercedes, ETSII, 41012 Sevilla.

puerto@us.es

Sobre el Set Covering Arc Routing Problem

Thais Ávila¹, Ángel Corberán¹, Isaac Plana², José María Sanchis³

El Set Covering Arc Routing Problem (SCARP) es un problema de rutas por arcos, con condiciones provenientes del Problema de Cubrimiento de Conjuntos (Set Covering Problem, SCP), que tiene una interesante aplicación en la vida real al diseño de las rutas para la lectura de contadores. También conocido como el Close-Enough Arc Routing Problem ([1]), es una generalización del Problema del Cartero Rural Dirigido en la que el conjunto de arcos sobre los que hay que “hacer el servicio” no está definido. En cambio, hay un conjunto de clientes que deben ser “cubiertos” (servidos). Los clientes pueden estar localizados en el área cubierta por el grafo, no únicamente en los vértices o arcos del grafo. El SCARP consiste en encontrar un tour de coste mínimo, que empiece y acabe en el depósito, y tal que cada cliente sea “cubierto” por el tour, es decir, esté como mucho a una distancia r de algún arco atravesado por el tour.

En este trabajo proponemos una formulación del problema como problema de programación lineal entera. Definimos y estudiamos el poliedro asociado a sus soluciones posibles y presentamos un algoritmo del tipo de ramificación y corte para su resolución exacta.

Keywords: Rutas de vehículos, poliedros, ramificación y acotación

MSC 2010: 90B06, 90C57

Referencias

- [1] M.H. HA; N. BOSTEL; A. LANGEVIN; L-M. ROUSSEAU, Solving the Close-Enough Arc Routing Problem. *Networks*. To appear.

¹Departamento de Estadística e Investigación Operativa
Universitat de València
Avda. Dr. Moliner s/n, 46100 Burjassot (Valencia)
thais.avila@uv.es, angel.corberan@uv.es

²Departamento Matemáticas para la Economía y la Empresa
Universitat de València
isaac.plana@uv.es

³Departamento de Matemática Aplicada
Universidad Politécnica de Valencia
jmsanchis@mat.upv.es

Some Mixed Integer Nonlinear Programs in Data Analysis*

Emilio Carrizosa¹, Vanesa Guerrero¹, Belén Martín-Barragán², Amaya Nogales¹, Dolores Romero-Morales³

Data Analysis is a rich field of application of Mathematical Optimization tools, and, in particular, of Mixed Integer Nonlinear Programming (MINLP). In this talk we will review some models our research group has recently studied, expressed as MINLPs and solved exactly with Global Optimization tools or, for large-dimensional problems, via heuristics. Numerical results and comparison against benchmark methods are presented.

Keywords: Mixed Integer Nonlinear Programming, Sparse Principal Component Analysis, Support Vector Machines

MSC 2010: 90C11, 62H30

References

- [1] E. CARRIZOSA; D. ROMERO MORALES, Supervised classification and mathematical optimization. *Computers & Operations Research* **40**(1), 150–165 (2013).
- [2] E. CARRIZOSA; B. MARTÍN-BARRAGÁN, D. ROMERO-MORALES, Detecting relevant variables and interactions in supervised classification. *European Journal of Operational Research* **213** (1), 260–269 (2011).
- [3] E. CARRIZOSA; A. USHAKOV; I. VASILYEV, A computational study of a non-linear minsum facility location problem. *Computers & Operations Research* **39**(11), 2625–2633 (2012).
- [4] J. LEE; S. LEYFFER, *Mixed Integer Nonlinear Programming*. Springer, New York, 2011.

¹Instituto de Matemáticas de la Universidad de Sevilla
Universidad de Sevilla
Avda Reina Mercedes s/n, 41012 Sevilla, Spain
{ecarrizosa, vguerrero, amayanogales}@us.es

*Research supported by grants MTM2012-36163 (Ministerio de Economía y Competitividad, Spain) and FQM-329 (Junta de Andalucía)

²Departamento de Estadística
Universidad Carlos III de Madrid
Madrid 126, 28903 Getafe, Madrid, Spain
belen.martin@uc3m.es

³Saïd Business School
University of Oxford
Oxford OX1 1HP, United Kingdom
dolores.romero-morales@sbs.ox.ac.uk

Sobre el problema de la mediana discreto no lineal con orden inducido*

Alfredo Marín¹

El problema de la mediana ordenado (DOMP) [3] deja como casos particulares numerosos problemas de localización discreta. Algunos ejemplos son el problema de la p -mediana, el del p -centro, el del k -centrum y distintos problemas de localización equitativa [2].

En el DOMP se ordenan las distancias entre las medianas y los puntos asignados a ellas. Las distancias ordenadas se multiplican entonces por un vector de coeficientes que determina el problema particular de que se trate. La ordenación de los valores que tomen las variables dentro de una formulación de programación lineal entera ha sido objeto de estudio en trabajos anteriores [1].

Esta presentación trata de una extensión del DOMP en la cual el orden en que las variables son multiplicadas por los coeficientes viene determinado por un segundo conjunto de variables. Es decir, se ordenan pares de valores con respecto a la primera componente y se usa la segunda componente para, a través de la multiplicación por los coeficientes antedichos, construir la función objetivo. De esta forma se pueden modelar nuevos problemas a expensas de dificultar la formulación y consecuentemente las posteriores técnicas de resolución.

Mostramos también cómo incorporar a la función objetivo funciones no lineales sin modificar sustancialmente la formulación ni su resolución. Presentamos los resultados de un estudio computacional inicial.

Keywords: Optimización Discreta, Localización, p -mediana ordenada

MSC 2010: 90B80, 90C10

Referencias

- [1] MARÍN A, NICKEL S, PUERTO J, VELTEN S., A flexible model and efficient solution strategies for discrete location problems. *Discrete Applied Mathematics* **157**, 1128–1145 (2009).

*Investigación financiada por Fundación Séneca, proyecto 08716/PI/08, Plan Nacional de Investigación Científica, Desarrollo e Innovación Tecnológica (I+D+I), proyecto MTM2012-36163-C06-04 y fondos FEDER.

- [2] MARÍN A, NICKEL S, VELTEN S., An extended covering model for flexible discrete and equity location problems. *Mathematical Methods of Operations Research* **71**, 125–163 (2010).
- [3] NICKEL S, PUERTO J., *Facility Location - A Unified Approach*. Springer Verlag, 2005.

¹Departamento de Estadística e Investigación Operativa
Universidad de Murcia
Facultad de Matemáticas, Campus de Espinardo
amarin@um.es

Problema de localización de hubs usando mediana ordenada con restricciones de capacidad

J. Puerto¹, A.B. Ramos¹, A.M. Rodríguez-Chía², M.C. Sánchez-Gil²

The discrete ordered median location model is a powerful tool in modeling classic and alternative location problems that has been applied with success to a large variety of discrete location problems. Nevertheless, although hub location models have been analyzed from the sum, maximum and coverage point of views, as far as we know, they have never been considered under an alternative unifying point of view. In this paper we consider new formulations, based on the ordered median objective function, for the capacitated version. This approach introduces some penalty factors associated with the position of an allocation cost with respect to the sorted sequence of these costs. First we present basic formulations for this problem, and then develop stronger formulations by exploiting properties of the model.

Keywords: Location theory, Hub location, Ordered median problem

MSC 2010: 90B80

Referencias

- [1] J. PUERTO, A.B. RAMOS AND A.M. RODRÍGUEZ-CHÍA, Single-Allocation Ordered Median Hub Location Problems. *Computers and Operations Research* **38** 559-570 (2011).
- [2] A.B. RAMOS, *Localización de concentradores para mediana ordenada (In Spanish)*. PhD Thesis Facultad de Matemáticas, Universidad de Sevilla, 2012.

¹Departamento de Estadística e Investigación Operativa
Universidad de Sevilla
c/ Tarfia, s/n. 41013 Sevilla
puerto@us.es
anabelenramos@us.es

²Departamento de Estadística e Investigación Operativa
Universidad de Cádiz
c/ República Saharaui, s/n. 11500 Puerto Real (Cádiz)
antonio.rodriguezchia@uca.es
mcarmen.sanchez@uca.es

Algunas Aplicaciones de la Optimización Discreta en Álgebra Computacional

Víctor Blanco¹

En los últimos años ha crecido el interés de la comunidad algebraica por adaptar técnicas clásicas de la Geometría Algebraica y el Álgebra Computacional para resolver problemas de programación entera (vease [1, 2, 3, 6] entre muchos otros). Sin embargo, aunque el uso de la optimización discreta es obvio en muchos campos de la vida real, como en logística, transporte, gestión de recursos, etc., la aplicación de técnicas de programación entera para resolver problemas algebraicos es aún muy escasa ([4, 5]). En esta charla ilustraremos, en el marco de una estructura algebraica básica, como los semigrupos numéricos, cómo muchos problemas que se resuelven de forma clásica por enumeración, en esta estructura pueden ser formulados y resueltos eficientemente a través de distintas clases de problemas de optimización discreta.

Un semigrupo numérico es un subconjunto de enteros no negativos, cerrado para la suma, que contiene al cero y con complemento finito. En particular analizaremos el uso de la programación entera para resolver problemas como la descomposición en irreducibles, el invariante omega y el grado de amansamiento.

Keywords: Programación Entera, Semigrupos Numéricos

MSC 2010: 90C10, 20M14, 11D75, 90C29

Referencias

- [1] Conti, P. and Traverso, C. (1991). *Buchberger algorithm and integer programming*, in Proceedings of the AAECC-9, Lect. Notes Comput. Sci. 539, pp. 130–139.
- [2] Blanco, V. and Puerto, J. (2009). *Partial Gröbner bases for multiobjective combinatorial optimization*. SIAM J. Discr. Math. 23 (2), 571–595.
- [3] Blanco, V. and Puerto, J. (2011). *Some algebraic methods for solving multiobjective polynomial integer programs*, J. of Symb. Comp. 46 (4) 511–533.
- [4] Blanco, V. (2011). *A mathematical programming approach to the computation of the omega invariant of a numerical semigroup*. Eur. J. of Oper. Research 215 (3), 539–550

- [5] Blanco, V. and Puerto, J. (2012). *An Application of Integer Programming to the Decomposition of Numerical Semigroups*. SIAM J. Discr. Math., 26(3), 1210–1237.
- [6] Thomas, R.R. (1995). *A geometric Buchberger algorithm for integer programming*, Math. of Op. Res. 20, 864–884.

¹Departamento de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa
Universidad de Granada
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, 18011 Granada
vblanco@ugr.es