

Tema 9

Estructura y dinámica de los hadrones

Asignatura de Física Nuclear Curso académico 2009/2010

Universidad de Santiago de Compostela

Física Nuclear, Tema 1



Estudio de la estructura de los hadrones

- distribuciones de carga y momentos electromagnéticos
- ➤ masa de los hadrones:
 - ✓ confinamiento y simetría chiral
- espín de los hadrones:
 - ✓ espín de quarks y gluones
 - \checkmark momento angular orbital

➤ tests de QCD

- ✓ espectroscopía del charmonium (c-(anti)c)
- ✓ estados ligados de gluones (glueballs)
- ✓ estados ligados quark-antiquark-gluón (híbridos)





Técnicas experimentales

> técnicas experimentales: difusiones elásticas e inelásticas

- ✓ sondas electromagnéticas e^- , γ , ...
- \checkmark sondas leptónicas: v
- \checkmark sondas bariónicas p, (anti)-p, K, π ,...







Cinématica de la difusión de electrones

Teniendo en cuenta que el tamaño típico de los nucleones es del orden de 0.8 fm, para poder estudiar su estructura necesitaremos difundir electrones con energías entre varias centenas de MeV y varios GeV. Por tanto para describir la difusión de electrones a esas energías debemos utilizar cinemática relativista.

Considerando los dos cuadrivectores de espacio y momento y la invarianza Lorentz de su producto escalar:

$$x = (x_{0}, x_{1}, x_{2}, x_{3}) = (ct, \mathbf{x})$$

$$p = (p_{0}, p_{1}, p_{2}, p_{3}) = (E/c, \mathbf{p})$$

$$p^{2} = \frac{E^{2}}{c^{2}} - \mathbf{p}^{2}$$

En un sistema de referencia en el que la partícula estuviese en reposo (p=0 y $E=mc^2$) se define la masa Invariante como:

$$m = \sqrt{p^2} / c$$

Combinando las ecuaciones anteriores obtenemos:

$$E^2 - \boldsymbol{p}^2 c^2 = m^2 c^4$$

Además, si E>>mc²

$$E \approx |\boldsymbol{p}| \cdot c$$



Cinématica de la difusión de electrones

Consideremos la difusión de un electrón con cuadrimomento *p* por una partícula con cuatrimomento *P*. La conservación de energía y momento implica:

$$p + P = p' + P' \implies p^2 + 2pP + P^2 = p'^2 + 2p'P' + P'^2$$

Teniendo en cuenta que la masa invariante (m_e,M) se conserva en una difusión elástica:

$$p^{2} = p^{\prime 2} = m_{e}^{2}c^{2} \qquad \longrightarrow \qquad p \cdot P = p' \cdot P'$$

$$P^{2} = P'^{2} = M^{2}c^{2} \qquad \longrightarrow \qquad p \cdot P = p' \cdot P'$$

.2

Nucleus

e José Benlliure

Como generalmente sólo detectamos el electrón difundido, podemos utilizar la expresión: $p \cdot P = p' \cdot (p + P - p') = p' p + p' P - m_e c^2$

Utilizando un sistema de referencia en el que la partícula *M* está en reposo antes de la colisión (P=0): $p = (E/c, p) \quad p' = (E'/c, p')$ $P = (Mc, 0) \quad P' = (E'_p/c, P') \longrightarrow E \cdot Mc^2 = E'E - \frac{pp'c^2 + E'Mc^2 - m_e^2c^4}{12}$ E'/E A alta energía el término $m_e^2 c^4$ puede despreciarse y $E \approx |\mathbf{p}| \cdot c$ = 10 GeV A = 50 $E \cdot Mc^2 = E'E \cdot (1 - \cos\theta) + E' \cdot Mc^2$ 0.8 0.6 en el sistema de referencia del laboratorio, la energía del 0.4 $\frac{E}{1+E/Mc^2\cdot(1-\cos\theta)}$ electrón difundido será: E'=0.2 50 100



Sección eficaz de Rutherford

Difusión de una partícula sin espín por una distribución de carga extendida (e⁻+A)
 Según la regla de oro, la tasa de difusión por projectile incidente y partícula del blanco puede calcularse como:

$$W = \frac{\sigma v_a}{V} = \frac{2\pi}{h} \left| \left\langle \Psi_f \left| H_{\text{int}} \right| \Psi_i \right\rangle \right|^2 \frac{dn}{dE_f}$$

Donde *va* es la velocidad de los projectiles y *V* el volumen de normalización de las funciones de onda que asumiendo la aproximación de Born podemos describir a partir de ondas planas:

$$\Psi_i = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{ipx/h} \qquad \Psi_f = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{ip'x/h}$$

Además E_f es la energía total (cinética y masa en reposo) del estado final. Despreciando el retroceso del núcleo difusor (descripción con tres momentos) y como la masa en reposo es una constante $dE_f=dE'=dE$

La densidad de estados finales n en el espacio de fases será

 $dn(|p'|) = \frac{4\pi |p'|^2 d|p'| \cdot V}{(2\pi h)^3}$

Y la sección eficaz de difusión en un elemento de ángulo sólido $d \varOmega$

$$d\sigma \cdot v_a \cdot \frac{1}{V} = \frac{2\pi}{\mathsf{h}} \left| \left\langle \Psi_f \left| H_{\text{int}} \right| \Psi_i \right\rangle \right|^2 \frac{V \left| p' \right|^2 d \left| p' \right|}{(2\pi \mathsf{h})^3 dE_f} d\Omega$$

En primera aproximación podemos sustituir v_a por c y a alta energía $|p'| \approx E'/c$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{V^2 E'^2}{(2\pi)^2 (\mathsf{h}c)^4} \left| \left\langle \Psi_f \left| H_{\mathrm{int}} \right| \Psi_i \right\rangle \right|^2$$

Física Nuclear, Tema 9



Sección eficaz de Rutherford

Si definimos el momento transferido como q=p-p'y el hamiltoniano como: $H_{int} = e\phi(x)$: Podemos obtener los elementos de matriz a partir de la expresión: $\langle \Psi_f | H_{int} | \Psi_i \rangle = \frac{e}{V} \int \phi(x) e^{iqx/h} d^3x$

Si utilizamos:
$$e^{iqx/h} = \frac{-eh^2}{|q|^2} \cdot \Delta e^{iqx/h} \longrightarrow \langle \Psi_f | H_{int} | \Psi_i \rangle = \frac{-eh^2}{V|q|^2} \int \Delta \phi(x) e^{iqx/h} d^3x$$

El potencial $\phi(x)$ y la densidad de carga están relacionadas por la ecuación de Poisson $\Delta \phi(x) = \frac{-\rho(x)}{\varepsilon_o}$

Si definimos una función de distribución de carga *f* tal que $\rho(x)=Zef(x)$

$$\left\langle \Psi_{f} \left| H_{\text{int}} \right| \Psi_{i} \right\rangle = \frac{-e\hbar^{2}}{\varepsilon_{o} \cdot V \left| q \right|^{2}} \int \rho(x) e^{iqx/\hbar} d^{3}x = \frac{Z \cdot 4\pi \alpha \hbar^{3} c}{\left| q \right|^{2} \cdot V} \int f(x) e^{iqx/\hbar} d^{3}x = \frac{Z \cdot 4\pi \alpha \hbar^{3} c}{\left| q \right|^{2} \cdot V} F(q)$$

La función **F(q)** es la transformada de Fourier de la distribución de carga y se de denomina **factor de forma**. A partir de estos resultados podemos expresar la sección eficaz de la difusión Rutherford como:



Como en la difusión Rutherford despreciamos el retroceso, la energía y magnitud del momento se conservarán por lo que:

$$\begin{array}{c} E = E' \\ |p| = |p'| \end{array} \longrightarrow |q| = 2 \cdot |p| \sin \frac{\theta}{2} \longrightarrow \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Ruth} = \frac{Z^2 \alpha^2 (hc)^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} F(q)$$
Física Nuclear, Tema 9



Factor de forma nuclear

La transformada de Fourier del factor de forma $F(q^2)$ nos da la distribución radial del núcleo difusor:

$$F(q^2) = \int e^{iqx/h} f(x) d^3x$$

Si consideramos simetría esférica:

$$F(q^2) = \int f(x) \frac{\sin|q|r/h}{|q|r/h} r^2 dr$$

Cumpliéndose la normalización:

$$\int f(x)d^{3}x = \int_{0}^{\infty} \int_{-1}^{+1} \int_{0}^{2\pi} f(r)r^{2}d\phi d\cos\theta dr = 4\pi \int_{0}^{\infty} f(r)r^{2}dr = 1$$

La distribución radial de carga puede calcularse como:

$$f(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int F(q^2) e^{-iqx/h} d^3q$$

Charge distribution $f(r)$		Form Factor $F(q^2)$	
point	$\delta(r)/4\pi$	1	constant
exponential	$(a^3/8\pi)\cdot\exp{(-ar)}$	$\left(1+q^2/a^2\hbar^2 ight)^{-2}$	dipole
Gaussian	$\left(a^2/2\pi ight)^{3/2}\cdot\exp\left(-a^2r^2/2 ight)$	$\exp\left(-oldsymbol{q}^2/2a^2\hbar^2 ight)$	Gaussian
homogeneous sphere	$\begin{cases} 3/4\pi R^3 \text{ for } r \le R\\ 0 \text{for } r > R \end{cases}$	$\begin{array}{l} 3 \alpha^{-3} \left(\sin \alpha - \alpha \cos \alpha \right) \\ \text{with} \alpha = \boldsymbol{q} R / \hbar \end{array}$	oscillating





A energías relativistas, el espín del proyectil y del blanco afectan a la sección eficaz de Rutherford. La sección Eficaz de Mott describe la dispersión de electrones relativistas teniendo en cuenta su espín:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott}^{*} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruther} \left(1 - \beta^{2} \sin^{2}\frac{\theta}{2}\right)$$

El asterisco indica que despreciamos el retroceso del blanco.

L=r×p

Íosé Benlliure

Esta expresión indica que a energías relativistas, el espín reduce la sección eficaz de Rutherford para ángulos De sifusión grandes. Esta expresión puede simplificarse si $b \rightarrow 1$ y si utilizamos $cos^2x + sin^2x = 1$:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott}^{*} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruther} \cos^{2}\frac{\theta}{2} = \frac{4Z^{2}\alpha^{2}(hc)^{2}E'^{2}}{\left|qc\right|^{4}}\left|F(q^{2})\right|^{2}\cos^{2}\frac{\theta}{2}$$

El factor *cos²0/2* de la ecuación anterior surge como consecuencia de la conservación de la helicidad del electrón en el proceso de difusión. La helicidad es la proyección del espín s sobre la dirección de movimiento p.

En el caso de una difusión de un electrón por un blanco sin espín con q=180, el cambio del sentido del momento implicaría también un cambio en la orientación del espín. Si el blanco no tiene espín la conservación del momento angular prohibe el cambio de orientación de espín y por tanto la difusión del electrón con ese ángulo.



En el caso particular de una difusión electrón-nucleón no podemos despreciar el retroceso del nucleón transformándose la sección eficaz de difusión de Mott de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott}^* \frac{E'}{E}$$

Además, como la pérdida de energía del electrón es significativa debemos calcular el momento transferido a partir de los cuadrimomentos correspondientes y sustituir q^2 por q^2 en la expresión de la sección eficaz de Mott:

$$q^{2} = (p - p')^{2} = 2m_{e}^{2}c^{2} - 2\left(EE'/c^{2} - |p||p'|\cos\theta\right) \approx \frac{-4EE'}{c^{2}}\sin^{2}\frac{\theta}{2}$$

Para trabajar con variables positivas definimos $Q^2 = -q^2$





En la difusión electrón-nucleón debemos considerar no solo la interacción del electrón con la carga nuclear, sino también la interacción de la corriente del electrón con el momento magnético del nucleón. Si consideramos una partícula cargada, puntual y con espín ½:

$$\mu = g \cdot \frac{e}{2M} \cdot \frac{\Pi}{2}$$

donde *M* es la masa del nucleón, y el factor g=2 se obtiene a partir de la ecuación de Dirac (mecánica cuántica relativista)

La interacción magnética está asociada al cambio de orientación del espín. De forma análoga al cambio de orientación del espín del electrón por consevación de la helicidad y del momento angular, ese cambio también puede producirse en el nucleón blanco y que también describimos con un factor $\sin^2\theta/2 = \cos^2\theta/2$ $\tan^2\theta/2$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\substack{\text{punt}\\s=1/2}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} \cdot \left[1 + 2\tau \tan^2 \frac{\theta}{2}\right] \qquad \tau = \frac{Q^2}{4M^2c^2}$$

El término magnético en esta ecuación aumenta con el cuadrimomento transferido Q^2 y con el ángulo de difusión θ . Por tanto este término suaviza la supresión de la sección eficaz producida por el término eléctrico para valores grandes del ángulo de difusión.



Factores de forma del nucleón

Para partículas cargadas puntuales (partículas de Dirac: e^- , μ , \Box), el término g del momento magnético toma el valor 2 y para partículas neutras su valor es nulo. En el caso de los nucleones, el valor de sus factores g está determinado por su subestructura. La medida de los momentos magnéticos de protones y neutrones permite determinar este factor.

$$\mu_p = \frac{g_p}{2} \mu_N = +2.79 \cdot \mu_N \Longrightarrow g_p = +2.79$$
$$\mu_n = \frac{g_n}{2} \mu_N = -1.91 \cdot \mu_N \Longrightarrow g_n = -1.91$$

$$\mu_N = \frac{eh}{2M_p} = 3.1525 \cdot 10^{-14} MeV T^{-1}$$

Las distribuciones de carga y corriente pueden describirse utilizando factores de forma análogos a los que hemos introducido en la dispersión Rutherford. La expresión de la sección eficaz de difusión electrón nucleón de Rosenbluth incluye dos factores de forma ($G_E(Q^2), G_M(Q^2)$) para describir ambas distribuciones:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} \cdot \left[\frac{G_E^2(Q^2) + \tau G_M^2(Q^2)}{1 + \tau} + 2\tau G_M^2(Q^2) \tan\frac{\theta}{2}\right]$$

La medida de la dependencia de estos factores con el momento transferido Q^2 proporciona información sobre La distribución radial de carga y momento magnético de los nucleones. Son particularmente importantes los Valores límite $Q^2 \rightarrow 0$.

$$G_E^p(Q^2 = 0) = e \qquad G_E^n(Q^2 = 0) = 0$$

$$G_M^p(Q^2 = 0) = 2.79 \cdot \mu_N \qquad G_M^n(Q^2 = 0) = -1.91 \cdot \mu_N$$

Física Nuclear, Tema 9



Factores de forma del nucleón

Para determinar de forma independiente $G_E(Q^2) \ y \ G_M(Q^2)$ hay que medir la sección eficaz de difusión de electrones para valores fijos de Q^2 y diferentes ángulos θ (variando la energía). Si representamos las secciones eficaces medidas normalizadas a la sección eficaz de Mott en función de $tan^2\theta/2$, entonces $G_M(Q^2)$ lo obtendremos a partir de la pendiente de la curva y $(G_{E2}(Q^2) + \tau \ G_{M2}(Q^2))/(1+\tau)$ a partir de la ordenada en el origen $(\theta=0)$. Repitiendo este análisis para diferentes valores de Q^2 obtendremos las distribuciones radiales de carga y momento magnético.





Estos resultados indican que el factor de forma eléctrico del protón y los factores de forma magnéticos del protón y del neutrón tienen la misma dependencia con Q^2 :

$$G_E^p(Q^2) = \frac{G_M^p(Q^2)}{2.79} = \frac{G_M^n(Q^2)}{-1.91} = G^{dipole}(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{0.71(GeV/c)^2}\right)^{-1}$$

Como era de esperar, el neutrón tiene un momento eléctrico muy pequeño.

Física Nuclear, Tema 9



Distribuciones de carga del nucleón

En principio podemos obtener las distribuciones de carga de los protones y neutrones a partir de la transformada de Fourier de la dependencia con Q^2 de sus momentos eléctricos. No obstante hay que tener en cuenta que esta Relación sólo es válida para pequeños valores de Q^2 para los que el trimomento y cuadrimomento transferido coinciden. Las distribuciones de carga que se obtienen son de la forma:

$$\rho(r) = \rho(0)e^{-ar}$$
 $a = 4.27 \ fm^{-1}$

Teniendo en cuenta que los factores de forma eléctrico del protón y magnético del protón y neutrón son muy Similares, se puede determinar el correspondiente radio cuadrático medio a partir de la pendiente de las curvas $G_{E,M}(Q^2)$ para $Q^2=0$.

$$\left\langle r^{2}\right\rangle = -6h \frac{dG^{dipole}(Q^{2})}{dQ^{2}}\Big|_{Q^{2}=0} = \frac{12}{a^{2}} = 0.66 \ fm^{2} \implies \sqrt{\left\langle r^{2}\right\rangle_{dipole}} = 0.81 \ fm$$

El radio cuadrático medio del neutrón puede obtenerse a partir de la difusión de electrones sobre blancos de deuterio, y corrigiendo del efecto de la fuerza nuclear entre protón y neutrón. Otra posibilidad es difundir neutrones sobre un blanco de hidrógeno y detectando los electrones atómicos difundidos. El resultado que se obtiene con esta técnica es:

$$\left\langle r^{2}\right\rangle_{n}=-6h\frac{dG_{E}^{n}(Q^{2})}{dQ^{2}}\bigg|_{Q^{2}=0}=-0.133\ fm^{2}$$



Distribuciones de carga de mesones K y π

Esta misma técnica se utiliza para determinar los radios cuadráticos medios de *K* y *p*.En este caso como el pión y el kaon tienen espín nulo no tienen factor de forma magnético.

$$G_E(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{a^2 h^2}\right)^{-1} \qquad a^2 = \frac{6}{\langle r^2 \rangle}$$

Los resultados que se obtienen son:





11/24

Difusión inelástica e--N

A energías suficientemente grandes la difusión e⁻-N da lugar a colisiones inelásticas en las que el nucleón difusor queda en un estado excitado "resonancia". Estas resonancias pueden identificarse representando la sección eficaz de difusión en función de la masa invariante *W* calculada como:

$$W^{2}c^{2} = P'^{2} = (P+q)^{2} = M^{2}c^{2} + 2Pq + q^{2} = M^{2}c^{2} + 2M\nu - Q^{2}$$





Funciones de estructura

Para valores de la masa invariante $W>2.5 GeV/c^2$ ya no se observan resonancias individuales sino la producción de muchos hadrones.

Por analogía a la difusión elástica, la dinámica de estos procesos inelásticos también puede describirse utilizando factores de forma W_1, W_2 llamados en este caso funciones de estructura.

En la difusión elástica para un valor dado de la energía incidente sólo hay un parámetro libre. Si se fija el ángulo de difusión θ , la cinemática también fija el cuadrado del cuadrimomento Q^2 , la energía transferida v, la energía del electrón difundido $E'_{,...}$ Además como W=M:

Hadrons

$$P'$$

 $q = (v,q)$
 $P = (M,0)$
Electron

$$2M\nu - Q^2 = 0$$

Sin embargo, en la difusión inelástica la energía de excitación que gana el nucleón difusor añade un grado de libertad adicional. Por tanto en este caso las funciones de estructura y las secciones eficaces Dependen de dos parámetros independientes (E',q) o (Q^2 , v). Además como W > M:

$$2Mv - Q^2 > 0$$

En este caso la sección eficaz de Rosenbluth se escribe como:

$$\left(\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'}\right) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott}^* \cdot \left[W_2(Q^2,\nu) + 2W_1(Q^2,\nu)\tan^2\frac{\theta}{2}\right]$$

Física Nuclear, Tema 9



Funciones de estructura

El estudio sistemático de las secciones eficaces de difusión inelástica en función de la masa invariante Wy para diferentes valores de la energía inicial del electrón muestra que la sección eficaz en la región de las resonancias disminuye rápidamente al aumentar Q^2 . Sin embargo para valores mayores de W la disminución es menos fuerte. Este resultado contrasta con la fuerte disminución de la sección eficaz elástica con Q^2 .



Si representamos las secciones eficaces de difusión inelástica para W>2 en función de Q^2 se observa claramente que para valores grandes de Q^2 , la sección eficaz de difusión inelástica es mucho mayor que la elástica y apenas varía con Q^2 .



Por tanto las funciones de estructura que describen la difusión inelástica son casi independientes de Q^2 .



Funciones de estructura

Los resultados de la difusión inelástica también pueden discutirse en función de un nuevo invariante Lorentz llamado variable de *Bjorken* y que se define como:

Esta variable adimensional representa una medida de la inelasticidad del proceso. Para la difusión elástica (W=M):

Y para un proceso de difusión inelástica (W>M):

Utilizando esta variable también podemos definir las funciones de estructura de forma adimensional



$$x = \frac{Q^2}{2Pq} = \frac{Q^2}{2M\nu}$$

$$2Mv - Q^2 = 0 \implies x = 1$$
$$2Mv - Q^2 > 0 \implies 0 < x < 1$$

$$F_{1}(x,Q^{2}) = Mc^{2}W_{1}(Q^{2},v)$$
$$F_{2}(x,Q^{2}) = vW_{1}(Q^{2},v)$$

Si representamos las funciones de estructura vemos que éstas no dependen del valor de Q^2 . Este resultado indica que los electrones son difundidos por cargas puntuales y por tanto constituye una evidencia de la subestructura de los nucleones.

La función de estructura F_1 representa la interacción magnética y para partículas de Dirac con espín ½ verifica la relación: $2xF_1(x) = F_2(x)$



Dispositivos experimentales:

Hall A CEBAF



Hall C CEBAF





Aceleradores

CEBAF (USA)













José Benlliure



Dispositivos experimentales

Instalaciones en Europa

