



OMG 2003

XXXVIII Olimpiada Matemática Española

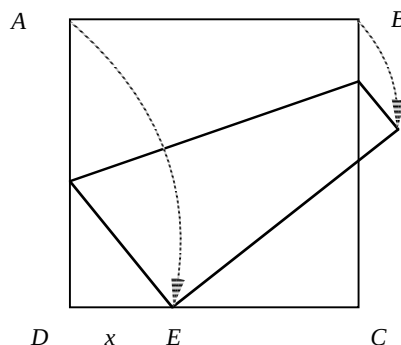


Venres 17 de xaneiro de 2.003

1. Para retirar las más de 70.000 toneladas de fuel del verquido de la *Prestige*, propone utilizar 2.100 contenedores rectangulares de $3 \times 2 \times 6$ metros que, una vez cheos e selados, pueden ser colocados en cualquier posición. Para el almacenamiento excavarse una superficie como un campo de fútbol (100×54) una profundidad de 14 metros. ¿Será posible depositar todos los contenedores en este sitio sin dejar espacios vacíos?

2. Dóbrase un cuadrado de papel de forma que el vértice A toque en un punto arbitrario E del lado CD . De este modo obtiéndose tres triángulos rectángulos formados por una sola capa de papel.

Determina la longitud de sus lados en función de $x (= DE)$ para demostrar que el perímetro del triángulo más grande es la suma de los perímetros de los otros dos, e igual a la mitad del perímetro del cuadrado.



3. Dado el polinomio $p(x) = x^3 + Bx^2 + Cx + D$, probar que si el cuadrado de una de sus raíces es igual al producto de las otras dos, entonces $B^3D = C^3$.



OMG 2003

XXXVIII O lĩmp ada Matem tica Espa o la



S bado 18 de xaneiro de 2.003

1. ¿Cal é o número máximo de vértices dun polígono regular de 21 lados que se poden elixir para que ó traza-los segmentos que os unen non haxa dous coa mesma lonxitude?
2. Dado un triángulo de vértices A , B e C , e con lados de lonxitude $a = BC$, $b = AC$ e $c = AB$, chamémoslle D ó punto de intersección do lado AB coa bisectriz do ángulo C .

Demostrar que $CD = \frac{2ab \cos \frac{C}{2}}{a+b}$.

3. ¿Haberá 16 números naturais distintos e menores que 100 tales que ó colocalos nas casañas dun taboleiro 4×4 o produto dos situados en cada fila sexa o mesmo e, á súa vez, coincida co dos colocados en cada columna e nas dúas diagonais principais?
Se a resposta é afirmativa, indicar cales son.
Se a resposta é negativa, xustificalo.