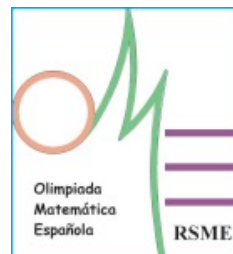




XLIII Olimpiada Matemática Española

OMG 2007

Venres 19 de xaneiro de 2007



Problema 1.

Sexan a, b, c e d números enteiros positivos tales que $ab = cd$. Demostrar que $a + b + c + d$ non é un número primo

Problema 2.

Un poliedro regular convexo ten por caras 12 cadrados, 8 hexágonos regulares e 6 octógonos regulares. En cada vértice do poliedro concorren exactamente un cadrado, un hexágono e un octógono. Cantos segmentos que unen pares de vértices do poliedro son interiores ó poliedro, é dicir, non son aristas nin están contidos nunha cara?

Problema 3.

Atopar tódalas solucións reais da ecuación

$$3^{x^2 - x - y} + 3^{y^2 - y - z} + 3^{z^2 - z - x} = 1$$

Nota:

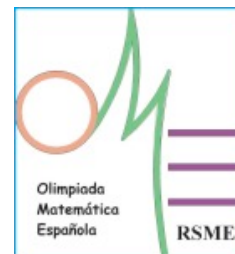
- Tódalas respostas teñen que ser razoadas.
- Non se permiten calculadoras



XLIII Olimpiada Matemática Española

OMG 2007

Sábado 20 de xaneiro de 2007



Problema 4.

Para catro puntos non coplanarios, un plano ecualizador é un plano tal que as distancias respectivas de cada un dos puntos a ese plano son todas iguais. Dado un conxunto de catro puntos non coplanarios, cantos planos ecualizadores hai?

Problema 5.

Atopar tódalas solucións posibles, x e y da ecuación $p(x + y) = xy$

Sendo p un número primo.

Problema 6.

Sexa $a_n = 1 + n^3$ a sucesión $\{2, 9, 28, 65, \dots\}$ e $d_n = \text{mcd}(a_{n+1}, a_n)$. Determinar o máximo valor que pode tomar d_n .

Nota:

- Tódalas respostas teñen que ser razoadas.
- Non se permiten calculadoras