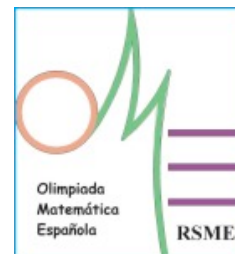




XLIV Olimpiada Matemática Española

OMG 2008

Venres 18 de xaneiro de 2008



Problema 1.

Determinar tódalas posibles ternas de números reais (a, b, c) que satisfacen o sistema de ecuacións seguinte:

$$\begin{cases} a^5 = 5b^3 - 4c \\ b^5 = 5c^3 - 4a \\ c^5 = 5a^3 - 4b \end{cases}$$

Problema 2.

Dada unha circunferencia e dous puntos P e Q no seu interior, inscribir un triángulo rectángulo de forma que os seus catetos pasen por P e Q , respectivamente. Para que posicións de P e Q o problema non ten solución?

Problema 3.

Demostrar que $2222^{5555} + 5555^{2222}$ é múltiplo de 7.

Nota:

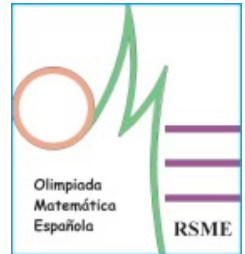
- Tódalas respostas teñen que ser razoadas.
- Non se permiten calculadoras



XLIV Olimpiada Matemática Española

OMG 2008

Sábado 19 de xaneiro de 2008



Problema 4.

Que número é máis grande: $999!$ ou 500^{999} ? Xustifica a túa resposta.

Problema 5.

Un cuadrilátero convexo ten a propiedade de que cada unha das súas dúas diagonais biseca a súa área. Demostrar que este cuadrilátero é un paralelogramo.

Problema 6.

Considéranse 17 números enteiros positivos tales que ningún deles ten un factor primo maior ca 7. Demostrar que polo menos o produto de dous destes números é un cadrado perfecto.

Nota:

- Tódalas respostas teñen que ser razoadas.
- Non se permiten calculadoras