



XLV Olimpiada Matemática Española

OMG 2009

Venres 6 de febreiro de 2009



Problema 1

Temos 2009 moedas repartidas en 10 montóns. Cada montón ten polo menos tres moedas. Un *movemento* consiste en elixir un montón, retirar unha das súas moedas, e dividilo en dous montóns. É posible, repetindo este movemento, chegar a ter montóns que teñan todos exactamente tres moedas?

Problema 2

Nun rectángulo $ABCD$, eliximos puntos E e F no lado AB de xeito que $AE = EF$. A perpendicular a AB por E corta á diagonal AC no punto G . Os segmentos FD e BG córtanse en H . Probar que os triángulos FBH e GHD teñen a mesma área.

Problema 3

Determinar todas as formas posibles de asignar a cada punto do plano un número real, de tal xeito que, sempre que catro puntos estean situados sobre os vértices dun cadrado, a suma dos números asociados a eles sexa igual a 0.

Nota:

- Tódalas respostas teñen que ser razoadas.
- Non se permiten calculadoras



XLV Olimpiada Matemática Española

OMG 2009

Sábado 7 de febreiro de 2009



Problema 4

Determinar os valores de n para os que o número $3^{2n+1} - 2^{2n+1} - 6^n$ é composto.

Problema 5

Nun triángulo ABC , chamamos ϕ ao ángulo que forma a mediana CM co lado BC , e α ao ángulo en A .

- Probar que se $AC = BC$, entón $\phi + \alpha = 90$.
- Probar que se $\hat{ACB} = 90$, entón $\phi + \alpha = 90$.
- Probar que a igualdade só se dá nos casos anteriores, é dicir, se $\phi + \alpha = 90$, entón $AC = BC$ ou $\hat{ACB} = 90$

Problema 6

Encontrar todos os enteiros a , b e c que verifican:

$$|a + b| + c = 19$$

$$ab + |c| = 97$$

Nota:

- Tódalas respostas teñen que ser razoadas.
- Non se permiten calculadoras