

LVII Olimpiáda Matemática Española

Fase Autonómica Galega

Sesión única

Venres 22 de xaneiro de 2021

1. Nun torneo de xadrez participan oito xogadores durante sete días. Cada día dispútanse catro partidas nas que participan todos os xogadores, e ao rematar o torneo todos se enfrontaron contra todos exactamente unha vez. Demostrar que ao rematar o quinto día do torneo existe un conxunto de polo menos catro xogadores que xa xogaron entre eles todas as partidas.
2. $ABCD$ é un cuadrilátero convexo verificando $AB > BC$, $CD = DA$ e $\angle ABD = \angle DBC$. Sexa E o punto da recta AB tal que $\angle DEB = 90^\circ$. Probar que $AE = \frac{AB - BC}{2}$.
3. Demostrar que todos os números racionais se poden expresar como suma dalgunhas fraccións da forma $\frac{n-1}{n+2}$, con $n \geq 0$ enteiro, admitindo repetir sumandos.

Non está permitido o uso de calculadoras.
Cada problema puntúase sobre 7 puntos.
O tempo máximo da sesión é de 3 horas.