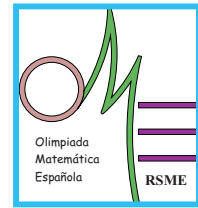




LVIII OLIMPIÁDA MATEMÁTICA ESPAÑOLA

Fase Galega, curso 2021 - 2022



Venres 21 de xaneiro de 2022

Problema 1. Nunha fila, hai 2022 persoas. Cada unha delas, ou sempre mente ou sempre di a verdade. Todas elas afirman: “hai máis persoas á miña esquerda que menten que á miña dereita que digan a verdade”. Determinar cantas das persoas da fila menten.

Problema 2 . Sexa $ABCD$ un cuadrilátero convexo e sexa P un punto no interior. Se se ten que $\text{área}(PAB) \cdot \text{área}(PCD) = \text{área}(PBC) \cdot \text{área}(PDA)$, demostrar que P está no segmento AC ou no segmento BD .

Problema 3 . Determinar todas as ternas de números reais (a, b, c) que satisfagan o sistema

$$\begin{aligned}a + b + c &= 3 \\ 2^a + 2^b + 2^c &= 7 \\ 2^{-a} + 2^{-b} &= 3/4\end{aligned}$$

Problema 4. Atopar todos os polinomios $p(x)$ con coeficientes reais tales que

$$p(x) + p(y) + p(z) + p(x + y + z) = p(x + y) + p(y + z) + p(z + x)$$

para calesquera números reais x, y, z .

*Non está permitido o uso de calculadoras,
libros, ou dispositivos electrónicos.
Cada problema vale 7 puntos.
Tempo máximo: 4 horas.*